MARCIA BEATRIZ AMPLATZ DE FREITAS

PROBLEMAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: SOLUÇÕES EM DIFERENTES CIRCUNSTÂNCIAS.

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação, Curso de Pós - Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Profª Drª Maria Lucia Faria Moro

CURITIBA
2005

AGRADECIMENTO

Muitas foram as pessoas que contribuíram para a realização deste estudo, meus sinceros agradecimentos a todas elas, em especial:

À Deus pela capacidade a mim dada e por sempre iluminar meu caminho nesta transição.

À Profª Drª Maria Lucia Faria Moro pela competência, dedicação e apoio na orientação deste trabalho.

À Profª Drª Maria Tereza Carneiro Soares e Profª Drª Maria Helena Cordeiro pelas contribuições no exame de qualificação.

A todas as professoras do Colégio Marista Paranaense, em especial Lourdes Schila e Sandra Gielou pelo apoio e auxilio em todos os momentos.

Às crianças da turma da professora Andréa Jucoski, sujeitos desta pesquisa, pela colaboração na realização desta.

A toda minha família, em especial meus pais Werner e Nelci, pelo incentivo, confiança e compreensão nos momentos em que estive ausente.

Ao meu marido Fernando que compartilhou momentos de dificuldade durante a realização deste trabalho.

E a todos os meus amigos que ao longo desta caminhada estiveram comigo, sempre me incentivando.

SUMÁRIO

RESUMO

O estudo examina o processo de solução de problemas de adição e subtração de crianças de 1ª série, do domínio das estruturas aditivas, segundo a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. São seus objetivos: descrever as estratégias de solução das crianças, quando é variada a circunstância de apresentação dos problemas; comparar as estratégias de solução para identificar seus elementos comuns e/ou diferentes, conforme a variação das circunstâncias de apresentação e realização das tarefas. Essas circunstâncias variadas, todas vividas em sala de aula, foram: tarefa não convencional de simulação de situação cotidiana de compra e venda, com verbalização e explicação da solução obtida para três problemas, com apoio em material ("dinheiro de papel" e embalagens de produtos); tarefa não convencional de registro (em folha de papel sulfite e canetas hidrográficas) das estratégias de solução expressas aos problemas da primeira circunstância; dois dias após, tarefa convencional de solução de três problemas (lápis e papel), quando o pesquisador informou aos sujeitos que os problemas poderiam ser solucionados através de cálculos, desenhos ou escrita alfabética. Os problemas de adição e subtração, escolhidos a partir da classificação de Vergnaud, eram do mesmo tipo para as diferentes circunstâncias, mas variavam quanto a valores e produtos envolvidos. O estudo foi realizado com onze sujeitos escolhidos aleatoriamente (idades cronológicas entre 7;1 e 7;6), todos estudantes de uma escola particular de Curitiba. A coleta e o registro dos dados da primeira e da segunda circunstância ocorreram mediante gravação em vídeo. A análise qualitativa dos dados mostrou que, nas diferentes circunstâncias as soluções orais e notacionais das crianças foram, em sua maioria, semelhantes às canônicas que a escola adota e ensina. Poucas crianças apresentaram soluções diferentes através do desenho, da escrita alfabética e do cálculo mental.Durante suas interpretações, alguns sujeitos perceberam inadequações nas suas soluções, procedendo a novas tentativas, através da contagem. A discussão destaca idéias sobre as muitas semelhanças e as poucas diferenças existentes entre as soluções conforme as circunstâncias: na circunstância de simulação, os sujeitos melhor formularam suas estratégias diversas na busca de soluções para os problemas por conta do trabalho oral e pela presença de apoio concreto; já as soluções em circunstâncias de registro escrito, revelam estratégias correspondentes às tipicamente ensinadas na escola, por conta dessa semelhança de forma de expressão, no papel. Esses dados também nos mostram que a "continha escolar" é utilizada mesmo sem que os sujeitos entendam o enunciado do problema. No dia-a-dia da escola, as crianças não têm oportunidade de criar suas estratégias. É comum na aula de matemática que todos resolvam os problemas usando o mesmo tipo de procedimento canônico, aspecto que destaca a força das circunstâncias escolares nas soluções matemáticas infantis.

ABSTRACT

The study is focused on the process of addition and subtraction problems solving by elementary school students (1st. grade), according to Vergnaud's propositions about the additive structures as a conceptual field. Its aims are to describe the children's solving strategies when the circumstances of problem presentation and solution are varied; and to compare these strategies in order to identify their similarities and differences among the different circumstances. These circumstances, all carried out inside the classroom, were: a non-conventional simulated task of a daily purchase and sale situation, with materials (small money toy "notes" and products packaging) and oral explanation of the solutions to three problems; a non-conventional notational task (paper and colored pens) of the solving strategies expressed on the first circumstance; two days later, a conventional task of problem solving (pencil and paper) concerning three problems when the subjects were told that they could perform the task by calculations, drawings or alphabetical writing. The addition and subtraction problems were selected according to Vergnaud's classification and they share the same characteristics between the circumstances, except by the numerical values and the purchased and sold products. Subjects are eleven students (7;1 to 7;6 years-old), chosen by chance and attending a private Elementary School from Curitiba. Data from the first and second circumstances were videotaped and noted. The qualitative analysis of the data showed that in the different circumstances the children's oral and notational solutions are mainly similar to the canonical ones adopted by the school. Very few children express different solutions through drawings, alphabetical writing and mental calculation. Some subjects noticed some mistakes in their solutions during its explanation and they perform new ones by counting. The discussion underlines ideas about the many existing similarities and the few differences among solutions according to the circumstances: at the simulated task (first circumstance) subjects express different problem solving strategies for the use of oral explanation and the concrete support material. However, at the conventional task of problem solving, the subjects showed strategies that are very close to those taught by the school, for the similarity of the problem solving circumstance: paper and pencil. Data also showed that the classical calculations in the school format are employed even when the subjects understand the text of the problem. At the daily school routine, children do not have opportunities to create their strategies. Usually, during mathematics lessons, all students solved the problems by the same type of canonical strategy, an aspect that speaks well for the strength of the school circumstances on children's mathematical solutions.

I O PROBLEMA E SUA JUSTIFICATIVA

A solução de problemas de adição e subtração na 1ª série do Ensino Fundamental coloca-se entre as tarefas que apresentam certas dificuldades para os alunos.

Perguntas como: “É de mais ou de menos?”, sempre foram e são escutadas durante a minha prática como professora regente ao trabalhar problemas convencionais em sala de aula.

A ênfase, muitas vezes dada pelos alunos em buscar a resposta, à solução, está no habitual “ganhou” como ligado à adição e o “perdeu”, à subtração. “Para grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar o que aprendeu nas aulas” (Brasil/MEC, 1997, p.42).

Vejamos o clássico exemplo usado pela equipe de Chevallard (apud Silva, 1999, p.48) que iniciou um estudo propondo o seguinte problema, para noventa e sete alunos entre sete e oito anos: “Num navio há 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?” Dos noventa e sete alunos, lembramos, setenta e seis calcularam a idade do capitão utilizando os números que figuravam no enunciado.

Acompanhando a forma de como as crianças trabalham com problemas, algumas questões são interessantes para serem abordadas, como: a utilização dos dados numéricos do problema na mesma ordem em que estes dados aparecem no enunciado para fazer adições ou subtrações; a escolha, ao acaso, de qualquer operação para tentar encontrar a solução correta.

Assim, sem levar em conta o conhecimento que os alunos trazem para a escola de suas experiências com o meio onde vivem, muitas vezes a escola os leva a reproduzir soluções de problemas apresentados formalmente, dando resultados escritos e respostas mecanizadas, mesmo que eles não entendam o enunciado.

Carraher, Carraher e Schliemann (1995) têm sustentado que as crianças originárias de famílias de renda econômica restrita e que trabalham, utilizam conhecimentos matemáticos na sua vida diária, solucionando diversos problemas, sobretudo ligados às suas situações de trabalho; mas, na escola, não conseguem resolver os problemas apresentados no formato canônico. “Na aula de matemática as crianças fazem contas para acertar, para ganhar boas notas, para agradar a professora, para passar de ano. Na vida cotidiana, fazem as mesmas contas para pagar, dar troco...” (1995, p.16).

O conhecimento matemático, que muitos alunos possuem, faz com que sejam capazes de dar respostas orais e realizar cálculos mentalmente; mas muitas crianças não conseguem fazer esses cálculos quando solicitadas a colocar isso no papel.

As atividades diárias dos nossos alunos, no caso, de escola particular, com situações que envolvam problemas de adição/subtração, parecem ser muitas. Diferentemente dos sujeitos das pesquisas realizadas por Carraher, Carraher e Schliemann (1995), eles não trabalham para seu próprio sustento ou para o da família; o provedor da renda familiar é o pai, a mãe, ou ambos. As crianças recebem mesadas ou uns “troquinhos” para comprar algo cujo preço já pesquisaram anteriormente, tal como é comumente observável na escola em que trabalho.

Durante o recreio escolar, por exemplo, verifiquei que as crianças costumam levar a quantia determinada para comprar seu lanche. E, quando entram no “quiosque”, (uma papelaria localizada na escola), pesquisam o preço para, no dia seguinte, trazer a quantia certa para a sua compra.

Pela experiência de trabalho com crianças da 1ª série do Ensino Fundamental, de escola particular (crianças de família de classe média), acreditamos que a elaboração de procedimentos pessoais de solução de problemas aritméticos pelas crianças, permite um conhecimento que parta das experiências que elas já possuem sobre adição e subtração, conhecimento que existe apesar de não terem a mesma experiência de crianças de renda mínima, as que trabalhavam, como nas pesquisas realizadas em Pernambuco por Carraher, Carraher e Schliemann (1995).

Outro ponto fundamental, de grande relevância para o presente trabalho, refere-se à circunstância em que a criança vai solucionar problemas de adição e subtração.

Sabe-se que uma tarefa de aprendizagem pode ser a mesma, mas se mudar a circunstância em que ela deverá ser feita, as formas ou estratégias de solução a ela podem ser diferentes.

Em estudo realizado por Perret-Clermont, Perret e Bell (1991), algumas crianças escrevem fórmulas para problemas aditivos e questionam o experimentador no *contexto escolar de sala de aula*, quanto à notação matemática usada para representar a operação canônica e o procedimento para a solução de problemas. Contudo, quando realizam a mesma tarefa em *contexto escolar fora da sala de aula,* em situação de troca com um parceiro, escrevem soluções de natureza diferente, usando linguagem natural e ilustrações com desenhos.

Os mesmos autores relatam que as observações e intervenções feitas com professores e alunos, raramente podem ser pensadas como separadas do contexto escolar, pois os símbolos matemáticos e os problemas estão ao alcance ou pertencem ao contexto específico das atividades em sala de aula.

Variando as circunstâncias de solução, então poderemos ter semelhanças e/ou diferenças nas soluções das crianças? A literatura (Perret-Clermont, 1990;1991) aborda estudos sobre a diferença de solução nos chamados diferentes contextos. Assim, são esperadas diferenças de solução; mas pode haver também, semelhanças que devemos pontuar por conta da idéia de que cada criança marcaria suas soluções, com traços comuns, relativos à sua compreensão atual das relações aritméticas em jogo.

Sendo assim, estaremos examinando aqui as soluções apresentadas em contexto escolar, que simulam compra como problemas que, provavelmente são próximos daqueles que o tipo de aluno que temos, vivenciam em contexto não escolar, nas situações quando vão às compras com seus pais, por exemplo.

Conforme o que estamos colocando, neste estudo, nosso objetivo geral está em verificar que aspectos semelhantes e/ou diferentes existem entre as soluções orais e escritas obtidas em problemas de adição e subtração ao ser mantida uma situação e ao variar-se as circunstâncias de apresentação e realização das tarefas.

Temos a idéia de que, a escola deve aproveitar as estratégias de solução matemática que as crianças trazem de situações não escolares para chegar às formas canônicas. Assim, não iniciar o ensino de aritmética pelos procedimentos canônicos e, depois, apresentar problemas típicos de cálculo para que as crianças apliquem tais procedimentos. Em sua aprendizagem, as crianças precisam ser desafiadas a elaborar procedimentos pessoais de cálculo ao buscar as soluções de problemas de adição e subtração.

Conforme Saiz (2001), quando os alunos se defrontam com um problema escolar, logo buscam pistas para determinar que operação devem utilizar. “O ensino tradicional está geralmente centrado não no raciocínio dos problemas, mas em determinar qual é a operação correspondente” (Saiz, 2001, p.163). A autora defende a idéia de que os alunos devem comprovar seus próprios procedimentos e soluções, antes de conhecer os algoritmos convencionais.

Logo os objetivos específicos desta pesquisa são:

- descrever as estratégias de solução apresentadas por crianças de 1ª série a problemas de adição e subtração, quando é variada a circunstância de apresentação das tarefas: a situação cotidiana em sala de aula previamente preparada, tarefas não convencionais de registro da situação anteriormente vivenciada, mantendo-se o mesmo ambiente e tarefas convencionais num ambiente padrão de sala de aula.
- comparar as estratégias de soluções para identificar seus elementos comuns e/ou diferentes conforme os tipos de problemas e as circunstâncias de apresentação e realização das tarefas.

A finalidade deste estudo é então buscar responder as seguintes questões de pesquisa:

Como são as soluções de crianças de 1ª série a problema de adição/subtração em simulação de situação cotidiana de compra e venda em contexto escolar, fora das circunstâncias habituais de sala de aula?

Como registram essas soluções quando solicitadas em tarefas não convencionais?

Como as mesmas crianças solucionam problemas de adição e subtração em tarefas apresentadas convencionalmente em circunstância padrão?

II REVISÃO DA LITERATURA

Definido o problema desta investigação, faz-se necessário deixar clara a opção teórica relacionada aos aspectos fundamentais nele envolvidos, quanto à solução de problemas de adição e subtração.

Iniciamos esta parte do texto, fazendo uma revisão sobre a construção dos conceitos de adição e subtração conforme a teoria dos campos conceituais, abordando, em seguida, a solução de problemas em diferentes circunstâncias.

1- Os problemas de estrutura aditiva

Entre os autores que apontam para a importância de se investigar o processo de ensino aprendizagem das matemáticas em situações que dão significado aos conceitos matemáticos, merece destaque o psicólogo Gerard Vergnaud.

Vergnaud (1983) aponta para o fato de que a ciência e a tecnologia têm se desenvolvido com a finalidade de resolver problemas. Considera como problema, qualquer situação que pede uma solução, trazendo aos sujeitos a necessidade de descobrir relações e explorá-las, de elaborar hipóteses e verificá-las.

Para o autor (1983), é importante, na educação, propor questões mais desafiadoras com o uso de problemas significativos ao sujeito, para que o conhecimento possa ser visto como um auxílio para solução de problemas reais.

Vergnaud (1983) toma como referência para seus estudos, a teoria epistemológica de Piaget, sobre a relação sujeito-objeto. No quadro de seus interesses sobre a construção de conceitos, Vergnaud trata da elaboração de conceitos matemáticos, em especial daqueles conteúdos que considera importantes para a aprendizagem na escola.

Assim, para o autor (Vergnaud, 1996), a aquisição do conhecimento é necessária, por meio de problemas, para que o aluno tenha domínio dos conceitos que vem construindo.

Para isso, Vergnaud (1990, p.136) usa o conceito de esquema, de Piaget, como "...uma organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações". Logo, o esquema refere-se àquilo que é comum a uma ação, embora se aplique a situações mais ou menos diversas.

Também ressalta que os algoritmos são esquemas, mas que nem todos os esquemas matemáticos são algoritmos. Segundo Vergnaud (1990), os esquemas são compostos de regras, metas e expectativas, referências e invariantes operatórios. Os invariantes operatórios são definidos como "os conhecimentos do sujeito que estão subjacentes às condutas, e que são, então, parte integrante de seus esquemas de ação" (Vergnaud, 1990, p.146).

Assim, os esquemas, comportam conceitos-em-ato e teoremas-em-ação, permitindo ao sujeito, que reconheça elementos pertinentes da situação apreendendo suas informações.

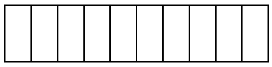
Os teoremas-em-ato, nas palavras de Moro (1998), são identificáveis quando o sujeito, utilizando seus esquemas, age sobre a realidade e resolve um problema permitindo o tratamento da informação; já os conceitos-em-ato são instrumentos nocionais que compõem os esquemas acionados na solução de problemas.

Seguindo o conceito de teoremas-em-ato, podemos dizer em outras palavras, que são as relações matemáticas que os alunos já possuem quando escolhem uma operação para resolver um problema. Eles aparecem de modo intuitivo na ação do aluno. Podem ser considerados "o caminho" que é subjacente às soluções dos alunos. Cabe, então, ao professor fazer com que a criança compreenda as relações matemáticas, existentes quando utiliza suas próprias formas ou estratégias de solução a problemas.

Um conceito matemático, para Vergnaud (1990), é constituído de três aspectos: o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência); o conjunto de invariantes operatórios que constituem a operacionalidade do esquema (significado); o conjunto de formas lingüísticas ou simbólicas que permitem representações (significante).

Um exemplo para diferenciar essa representação:

Quantas unidades estão representadas abaixo?



Em termos matemáticos o que é 10 e X ?

No caso temos o algarismo arábico 10 (significante) e o algarismo romano X (significante) para representar o valor numérico (significado) representado de uma quantidade de unidades (referido).

A necessidade de compreender melhor a aquisição e o desenvolvimento de conhecimentos em situações-problema, levou o autor à formulação da teoria de campos conceituais.

Segundo Vergnaud (1990), o conhecimento se encontra organizado em campos conceituais, dos quais o sujeito se apropria ao longo do tempo. Assim, para o autor, ao estudar a aprendizagem de um conceito isolado, deve-se analisá-lo conforme a perspectiva de um campo conceitual. Esta proposição tem como objetivo “... fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que advêm das ciências e das técnicas” (Vergnaud, 1990,p.135).

Olhar a matemática na perspectiva dos campos conceituais tem a ver, então, segundo o autor, com a elaboração, em situação, de conceitos referentes, por exemplo, às estruturas aditivas, às estruturas multiplicativas, às relações número-espaço, entre outros conhecimentos da área.

Vergnaud (1991) dispensou atenção especial ao estudo de dois campos conceituais: o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. As estruturas aditivas são estruturas ou relações em jogo em adições e subtrações em diferentes níveis. Segundo essa perspectiva, a adição e a subtração com números naturais e relativos fazem parte do campo conceitual de estruturas aditivas (Vergnaud,1990).

Para Vergnaud (1989/1990), os conceitos implicados nas estruturas aditivas requerem um longo período de tempo para serem compreendidos plenamente. Uma das dificuldades que os sujeitos encontram ao solucionar os problemas é a significação da subtração que é usada como “diminuir” determinada quantidade. Sabe-se através de seus estudos, que a subtração não se subordina à adição, nem deve ser definida isoladamente como seu inverso. Deve ser trabalhado pelo sujeito/aluno o caráter oposto e/ou recíproco das duas operações.

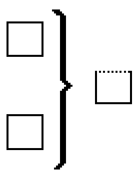
Nos primeiros anos na educação (infantil e/ou fundamental), a criança faz a elaboração de seus primeiros conceitos acerca da adição e subtração. Vergnaud (1989/1990) mostra que as crianças acreditam que a adição é uma quantidade que cresce, e a subtração é uma quantidade que decresce. Somente com uma variedade de relações e problemas ao longo do tempo é que será possível ampliar a significação desses conceitos, para ter condições de utilizá-los com eficiência.

As situações englobam uma classe de problemas com características relacionais conceituais comuns. No caso do campo conceitual das estruturas aditivas, os sentidos relativos às grandezas numéricas que emergem são os de relação, transferência e de quantidades ou medidas. São as situações, conforme o autor menciona (1990), que levarão o sujeito à constituição dos conceitos.

Vergnaud (1990; 1991) analisa uma grande quantidade de dados relativos à resolução de problemas aditivos. Ao analisar as estratégias e as dificuldades enfrentadas pelas crianças na resolução de problemas de adição e subtração, apresentou uma classificação das relações aditivas do que vêm os tipos de problemas aditivos. Para a compreensão das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, toma por base uma análise de cunho psicológico e matemático, que diferencia cálculos numéricos (procedimentos corretos ou incorretos quanto ao uso do algoritmo) de cálculos relacionais (compreensão ou não das relações implícitas na estrutura do problema).

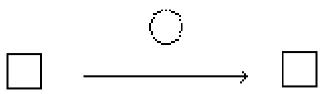
Assim, conforme Vergnaud (1991), temos as seis grandes categorias de problemas de estrutura aditiva:

Primeira categoria: duas medidas que estão expressas de existência concomitante, a partir das quais o indivíduo deve compor uma terceira medida.



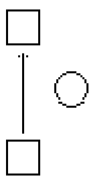
Ex: Paulo tem 6 bolas de plástico e 7 de borracha. No total, quantas bolas Paulo tem?

Segunda categoria: a quantidade inicial e final são conhecidas e o que se deseja saber é o valor da transformação que ocorre entre o primeiro e o segundo momento.



Ex: Paulo tinha 7 bombons. No final do dia percebeu que tinha 5 .Quantos bombons ele comeu durante o dia?

*Terceira categoria: a*s quantidades são conhecidas, busca-se comparar a diferença existente entre as duas.(relação)

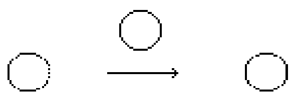


Ex: Paulo tem 8 balas. João tem 5 . Quantas balas Paulo têm a mais que João?

Quarta categoria: as quantidades (inicial, intermediária e final) são ignoradas, conhecendo-se apenas as transformações as quais ocorrem ao longo de um período de tempo.

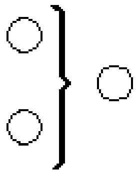
Ex: Paulo tinha algumas bolas pela manhã e ganhou 7, mas a tarde perdeu 10. Ao todo ,com quantas bolas Paulo ficou no fim da tarde?

Quinta categoria: trata de uma transformação entre duas relações concomitantes, para dar lugar a um estado relativo.



Ex: João devia 6 bolas a Paulo. Ele devolveu 4. Quantas bolas João ainda deve?

*Sexta categoria: c*omposição de dois relacionamentos estáticos onde dois estados relativos se compõem para dar lugar a um outro estado relativo.



Ex: João deve 6 bolas a Paulo. Mas Paulo deve 4 bolas a João. Quantas bolas João ainda deve?

Estas são, portanto, as seis grandes categorias de relações aditivas, segundo Vergnaud (1991). Entretanto em cada uma delas, faz-se intervir diferentes classes de problemas, aos quais variam quanto a sua complexidade de resolução. Como argumenta Vergnaud, (1991, p.169): “(...) a complexidade dos problemas de tipo aditivo, varia em função, não somente das diferentes categorias de relações numéricas (...), mas também em função das diferentes classes de problemas que se podem propor para cada categoria.”

Os estudos de Vergnaud contribuíram para a seleção dos problemas propostos aos sujeitos desta pesquisa. Por conta de termos sujeitos, alunos de escola fundamental em início de aprendizagem, escolhemos problemas segundo as seguintes categorias:

Primeira categoria: duas medidas expressas e de existência concomitante, a partir das quais o indivíduo deve compor uma terceira medida;

Segunda categoria: a quantidade inicial e final são conhecidas e o que se deseja saber é o valor da transformação que ocorre entre o primeiro e o segundo momento;

*Terceira categoria: a*s quantidades são conhecidas, busca-se comparar a diferença existente entre as duas (relação).

Logo, as contribuições de Vergnaud apontam para a importância das situações que dão significado aos conceitos matemáticos, referindo-se a questões mais desafiadoras à educação. Aponta para o uso de problemas significativos para que o conhecimento possa ser visto pelos alunos, não só como uma ajuda verdadeira para a solução de problemas reais, mas que possam ser elaborados em patamares sucessivos como conhecimento matemático, em si próprios.

2 Problemas de adição e subtração e as diferentes circunstâncias

A dificuldade dos alunos com as atividades de solução de problemas surge na 1ª série do Ensino Fundamental. O próprio termo “problema” parece estar vinculado a uma conotação negativa.

A palavra “problema“ é empregada normalmente na aula de matemática, associada com procedimentos estabelecidos e rotineiros, no lugar de uma situação em que o aluno possa refletir em busca da solução.

Quando os alunos nos perguntam em algumas situações “É de mais ou de menos?”, não é porque não saibam fazer o problema solicitado, mas porque já se tornou um procedimento habitual. Assim a escola não oportuniza a reflexão, a busca de solução, o que os levaria a desenvolver estratégias e relações matemáticas.

Cavalcanti (2001) acredita que no trabalho de resolução de problemas, se deva dar atenção aos diferentes modos pelos quais as crianças podem resolver problemas; assim, o aluno teria maior autonomia e confiança na elaboração do seu conhecimento na situação apresentada, tendo uma oportunidade de encontrar um caminho para desenvolver suas relações aritméticas.

Para Charnay (2001, p. 46), o termo problema, define-se melhor segundo a tríade: “situação-aluno-meio”. Só existe o problema se o aluno perceber nele uma dificuldade, como uma situação provocadora que deva ser resolvida.

Charnay (2001) apresenta algumas características de problemas em relação aos alunos. É uma atividade que:

- deve propor um verdadeiro problema por resolver para o aluno;
- deve permitir que aluno utilize seus conhecimentos anteriores para que não fique desarmado diante da situação;

- deve oferecer uma resistência suficiente para que o aluno evolua dos seus conhecimentos anteriores, questione e elabore novos;
- a validação do problema deve ser da própria situação e não do professor.

Podemos dizer então que, para ocorrer à aprendizagem, a situação problema deve apresentar alguma dificuldade ao aluno, para que se constitua um desafio e faça com que, de uma solução, ele elabore novos conhecimentos. Contudo, é necessário dosar o grau de dificuldade para que o aluno não desanime diante do problema, de sua solução.

Freitas (1999, p.72) diz que o trabalho de resolução de problemas deve ser o eixo condutor da matemática em sala de aula. Para que o processo de aprendizagem se realize "...deve haver condições para que o aluno realize ele mesmo suas aproximações, mobilize seus conhecimentos e seja capaz de explicitar seus procedimentos e raciocínios utilizados."

De acordo com Kamii (1995), as crianças devem usar todo o conhecimento de que dispõem, desenvolvendo suas idéias para inventar suas próprias soluções.

Para Schliemann (1990), a resolução de problemas tem três aspectos a serem destacados:

- a linguagem do problema;
- o nível de representação dos dados fornecidos;
- a lógica do problema, que são as relações estabelecidas.

Em pesquisas realizadas por Schliemann (1990), avaliando as expressões "a mais" e "a menos" na resolução de problemas elementares, foi apresentada à criança a seguinte situação, com dois conjuntos desenhados: *Maria tem 5 flores. João tem 3 flores. Quantas flores ao todo?*

Foi feita a exploração da compreensão de "a mais" e de "a menos" nos seguintes questionamentos: *Quem tem mais flores? Quantas flores ela tem a mais? Quantas flores, João precisa ganhar para ficar igual à Maria? Quem tem menos flores? Quantas flores ele tem a menos? Quantas flores precisamos tirar, de Maria para ela ficar igual a João?*

Como resultado dentre as crianças examinadas de 1ª e 2ª séries, quase a metade cometeu erros que indicam a dificuldade em lidar com as expressões “a mais” e “a menos” que aparecem freqüentemente em problemas; e de 50 crianças somente uma declarou não saber o que significava “a mais” e pediu explicação. As outras, procuravam a solução inventando sentido para a expressão e para chegar a uma solução correta.

Um problema segundo Schliemann (1990) pode ser apresentado à criança em diferentes níveis de representação. Ele pode ser expresso verbalmente, de forma oral ou escrita, ou pode ser apresentado concretamente com objetos que podem ser contados, combinados e comparados.

Para a mesma autora, a representação formal, oral ou escrita dos dados de um problema, deve corresponder ao nível de compreensão das crianças sobre os dados reais que podem ser manipuláveis. A representação escrita apresenta dificuldades, pois a criança tem que decifrar o que está escrito e tem que responder escrevendo dados e operações.

Também a passagem gradual da chamada representação com apoio em materiais à representação escrita vai permitir que a criança procure entender o problema apresentado, representando os dados que devem estar relacionados na busca de uma solução.

Em pesquisas realizadas por Schliemann (1990), sobre a compreensão da lógica do problema, para analisar as dificuldades encontradas foi sugerida a seguinte situação: *Maria tem 4 pirulitos. Pedro tem 3 pirulitos a mais do que Maria. Quantos pirulitos ele tem*? Oralmente crianças de 1ª e 2ª série deram as seguintes soluções:

- 14 crianças acertaram dizendo que Pedro tem 7 pirulitos.
- 22 crianças erraram dizendo que Pedro tem 3 pirulitos.
- 7 crianças erraram dando outras respostas
- 7 crianças disseram que não sabiam responder.

Quase a metade do grupo cometeu o mesmo tipo de erro; então para esses sujeitos foi reapresentado o mesmo problema, modificando o enunciado: *Maria tem 4 pirulitos. Pedro tem mais pirulitos que Maria. Pedro tem 3 pirulitos a mais do que Maria. Quantos pirulitos ele tem?*

Somente 3 crianças que erraram antes, foram capazes de dar a resposta para essa nova formulação. Então, foi testada uma terceira formulação do problema: *Maria tem 4 pirulitos. Se ela ganhar mais 3 ela fica igual a Pedro. Quantos pirulitos ele tem?*

Nesta situação 14 crianças que haviam errado a primeira e segunda versão, acertaram a resposta.

Nesta seqüência de problemas, Schliemann (1990), observou a dificuldade das crianças. A primeira idéia é que a criança não entendeu o que quer dizer “a mais” e não opera sobre o problema, mas sim, repete parte do enunciado. Crianças que erraram na primeira e na segunda versão acertaram outro problema onde a expressão “a mais” também foi usada, mas com estrutura lógica simples.

Assim, segundo a autora (1990), dependendo de como o enunciado é apresentado, o problema pode exigir um raciocínio de maior ou menor de complexidade. É lidando com as diferentes versões de um mesmo problema que a criança irá progredir em suas representações matemáticas.

Estudo realizado por Carraher, Carraher e Schliemann (1995) aponta para a diferença do desempenho das crianças em problemas orais e problemas escritos. No entanto, essa diferença tem uma explicação, que resulta das diferenças de estratégias cognitivas escolhidas pelas crianças para resolver os problemas.

Ao resolver problemas orais, as crianças fazem “de cabeça” realizando suas modificações nos valores apresentados, trabalhando com quantidades mais fáceis de serem manipuladas. Também foi verificado pelos autores que não há uma estrutura uniforme para resolver problemas: ao resolver as operações matemáticas, as crianças começam pelas ordens mais elevadas, trabalhando a centena, dezena e por último as unidades.

Os autores (1995) investigam formas de organização lógico-matemática nas atividades cotidianas dentro e fora da escola. Neste caso, a pesquisa envolveu situações de compra e venda em uma feira, com o intuito de identificar os conhecimentos matemáticos na organização das atividades das crianças.

Aplicados um teste informal de situações cotidianas vivenciadas pelas crianças e outro formal, contendo operações aritméticas com organização tipicamente escolar, os autores observaram resultados que apontam para a grande diferença entre o desempenho das crianças nesses dois testes, sendo superior no teste informal.

De acordo com o modelo formal que é usado nas escolas, onde as crianças devem aplicar um algoritmo para a solução de problemas Carraher, Carraher e Schliemann (1995) apontam habilidades para se resolver problemas, seguindo os seguintes passos:

- interpretação
- determinação da operação
- resolução da operação

Conforme Brousseau (2001), um aluno mesmo individualmente é capaz de resolver um problema quando este envolve situação do seu cotidiano. Ele deverá, então, construir seu conhecimento que lhe permita, adiante, trabalhar com dados mesmo em situações não familiares.

Os trabalhos desenvolvidos por Schubauer-Leoni e Perret Clermont (1980) descrevem as soluções das crianças após a resolução de problemas de adição e subtração, distinguindo dois tipos de notações: as formais vindas de um tipo escolar, e as não formais.

As mesmas autoras dizem que o aluno deve agir sobre um problema, formular suas hipóteses e validar, com o grupo de trabalho, as soluções encontradas.

Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1984) constataram que os sinais convencionais de igualdade e adição são raramente usados até a 2ª série, na Suíça. Para a pesquisa, usaram um punhado de balas e um saco de pano não transparente. O pesquisador pegava duas balas, mostrava-as às crianças e colocava-as dentro do saco. Depois pegava mais quatro balas mostrava-as às crianças e as colocava novamente dentro do saco. Depois o pesquisador tirava uma bala do saco e perguntava às crianças, se era possível saber quantas balas havia no saco. O pesquisador em nenhum momento utilizava as palavras “somar” ou “tirar”.

Ele apenas perguntava à criança o que ele havia feito. Quando a criança conseguia reconstruir o fato, o pesquisador dava uma folha de papel e um lápis e pedia que explicasse a uma outra criança o que havia acontecido com as balas e quantas havia dentro do saco.

Nessa pesquisa, somente 25 das 98 crianças, usaram os sinais matemáticos convencionais. Os outros desenharam figuras, escreveram frases ou ainda fizeram uma seqüência numérica.

Assim, esse estudo mostrou que crianças suíças de 2ª série continuavam usando várias formas para representar a adição e a subtração, apesar de, na escola, resolverem as operações com algoritmos. Nas soluções, as crianças usaram tipos de codificação como: linguagem natural com descrição verbal, seqüência de algarismos, desenhos, esquemas e outros indicadores perceptivos.

Na investigação sobre problemas de adição e subtração, alguns estudos analisaram como as crianças resolvem problemas deste tipo, a partir de dados obtidos conforme modelos teóricos para o desenvolvimento de raciocínio matemático.

Para Piaget e Szeminska (1981), a operação aditiva reúne elementos em uma totalidade, ao mesmo tempo em que decompõe esta totalidade em partes. (4+3=7) (7-3=4)

Os mesmos autores ressaltam que as crianças conseguem repetir verbalmente fórmulas prontas como 2+2=4; 2+3=5, mas a compreensão da adição e da subtração aritmética se manifesta quando a criança entende que ao se transformar (4+4) em (7+1), um dos subconjuntos cresce, mas a quantidade total dos dois conjuntos se mantém e são equivalentes.

Carraher e Schliemann (1983), relatam os procedimentos utilizados e analisados em um estudo onde foi possível identificar a estratégia preferida por quarenta e seis crianças, para resolver adições e por quarenta e quatro crianças, para resolver as subtrações. Através de suas explicações verbais foram identificados os seguintes procedimentos:

a) *A contagem* foi a mais usada pelas crianças para operações de adição e subtração. Para a adição, representavam as unidades por meio dos dedos ou marcas no papel, e contavam o valor da segunda parcela a partir da primeira até atingir o total. Para a subtração, utilizavam marcas no papel e contavam a partir do subtraendo até atingir o minuendo. A contagem regressiva também foi destacada o que para algumas crianças, causou erro na contagem.

b) O *uso dos algoritmos ensinados pela escola* foi escolhido pelas crianças para a adição e para a subtração. O uso dos algoritmos para resolver operações com dois dígitos e transpor de unidade para dezena e dezena para unidade levou as crianças a errar o algoritmo da adição e a errar a subtração.

c) A *decomposição dos números envolvidos em dezenas e unidades,* foi utilizada somente por poucas crianças na adição e na subtração. Um exemplo dado foi de uma criança que ao resolver 21-8 disse “Eu separei 10 e 11. Eu tirei 8 de 10 e então ficou 2. Eu juntei 2 e 11 e ficou 13.”

d) O *uso de resultados prévios para derivar um novo resultado* não parece ter ajudado as crianças que resolviam a subtração inversamente. Algumas crianças fizeram referência a adição ao resolverem a subtração.

Carraher e Schliemann (1983) ressaltam que o procedimento mais utilizado foi a contagem, seguido do uso dos algoritmos. Poucas crianças utilizaram-se da decomposição dos números e também de resultados já obtidos para alcançar um novo. A utilização dos algoritmos ensinados pela escola foi o procedimento que apresentou o maior número de erros por parte dos sujeitos.

Carraher e Schliemann (1983) concluem que deveriam ser aproveitados os procedimentos inventados pelos sujeitos para resolver as operações aritméticas em sala de aula.

Kamii e Lewis (1991) realizaram pesquisa com dois grupos de crianças, um grupo com uma proposta tradicional e outro grupo com uma proposta construtivista.

As mesmas autoras (1991), revelam que nas situações que envolvem apenas o uso mecânico do algoritmo, o primeiro grupo (tradicional), obtém um ótimo desempenho com relação ao segundo grupo (construtivista).

Contudo, isto não se confirma quando os sujeitos são colocados em situações que exigem a compreensão dos processos envolvidos nas operações de adição e subtração.

A análise dos dados obtidos por Kamii e Lewis (1991) conclui que os sujeitos do ensino tradicional utilizam-se apenas de regras que lhes são ensinadas, não possuindo a compreensão sobre as operações de adição e subtração e não criam novos procedimentos para solucioná-las. Já o grupo construtivista sabe solucionar as situações propostas e compreende o que está resolvendo.

Moro (1998) analisou, dentro de uma perspectiva construtivista, as construções cognitivas individuais de três sujeitos na aprendizagem da adição e da subtração, em situação de interação social (pequeno grupo, tríade), sob a intervenção de um adulto.

As situações de aprendizagem consistiam em tarefas que envolviam a composição/decomposição de quantidades e a composição aditiva de números.

A partir dos dados analisados, Moro (1998), obtém os seguintes resultados:

- progresso em relação à compreensão dos sujeitos nas situações de adição e subtração;
- as "estratégias cognitivas de cada sujeito estavam inter-relacionadas, marcando e deixando-se marcar umas pelas outras segundo o modelo cíclico básico de formas de inter-relação". (p.469)

Page (1994) salienta que as crianças aprendem adição mais facilmente que a subtração. Segundo a autora, as crianças de 1ª série possuem um conhecimento "intuitivo" sobre a subtração, porque elas assim a experimentam em situações cotidianas.

A proposta de Page (1994) consiste em ajudar o aluno de 1ª série a relacionar situações diárias com a representação numérica. Assim, são solicitadas durante as aulas, atividades que englobam:

- introdução do conceito de tirar;
- objetos concretos, manipuláveis;
- a resolução e criação de problemas;
- retomada de informações;
- introdução do algoritmo.

Wearne e Hiebert (1994) salientam a variação da compreensão das crianças quando solicitadas a explicar algo que fizeram. Crianças que recebem uma instrução com exercícios poucos significativos, explicam a adição de uma maneira descritiva, assim como seu professor tenha explicado. Contudo, quando são solicitados a inventar seus próprios procedimentos, conseguem explicar a operação de uma forma não descritiva, demonstrando compreensão.

Os autores Wearne e Hiebert (1994) ressaltam a importância de o sujeito ter compreensão sobre o que está fazendo, sobre os processos que envolvem as operações de adição e subtração que está resolvendo.

Carpenter, Fennema, Franke (1996), baseados em estudos de Vergnaud, identificaram quatro categorias em problemas de adição e subtração: a) juntar medidas; b) separar medidas; c) relação parte-todo; d) comparação de situações. A solução de problemas com essas categorias envolvem tipos de ações ou relações que podem ser identificadas quando os alunos são capazes de criar suas próprias estratégias.

Um exemplo dado pelos mesmos autores (Carpenter, Fennema, Franke, 1996) foi o de uma aluna de 1ª série que demonstrou usar estratégias próprias para solução de problemas, as que muitos adultos utilizariam usando subtração convencional.

O primeiro problema tinha como enunciado: *"João tinha 13 bolachas de chocolate. No lanche comeu 5. Com quantas bolachas ele ficou*?", Para resolvê-lo, a aluna colocou 13 fichas e removeu as 5 fichas, contando as que ficaram, deu a resposta 8.

O segundo problema dizia: "*Jamile tem 7 figurinhas em sua coleção*. *Quantas figurinhas ela precisa para ficar com 11?".* Para resolvê-lo a aluna colocou 7 fichas e adicionou mais quatro fichas ficando no total com 11.

E o terceiro problema dizia: "*Willy tem 12 lápis. Lucy tem 7. Quantos lápis Willy tem a mais que Lucy* ?" , a solução foi comparar as duas quantidades encontrando o resultado 5.

As soluções encontradas nos três problemas ilustram que, para as crianças, de modo algum problemas de adição e subtração são parecidos.

As estratégias aplicadas pela aluna refletem a ação que ela teve sobre os dados do problema tornando sua solução mais eficiente através do material (fichas) que estava manipulando.

O registro dessas estratégias pelos estudantes consistem em cálculos dos números ou seqüências numéricas, mais que pelas representações através de desenhos.

Num problema de adição, os mesmos autores (1996), relatam a solução de uma outra estudante para o seguinte problema: *James tinha 5 animais de barro. Fez mais 9. Com quantos animais ele ficou*? A estudante começou a contar 9, 10,11,12,13,14 e responder "Ele tem 14".

Segundo Carpenter, Fennema, Franke (1996), as crianças aprendem números fora da escola e aplicam este conhecimento na solução de problemas.

Combinações de números também são encontradas nas soluções de problemas. Em um outro exemplo, o professor pergunta 7 + 6, a criança responde 13. Ao ser questionada sobre como descobriu, responde “pensei em 7 + 7 era 14 e tirei 1 que ficou 13." Exemplos como 7+7, 4+4 são geralmente aprendidos antes de outras combinações como (7+3, 4+6).

Para os mesmos autores, é importante saber como os alunos refletem na busca de caminhos para as suas soluções em diferentes tipos de problemas de adição e subtração.

Carpentier e seus colaboradores (1997) observaram, durante um estudo de três anos, a progressiva compreensão da adição e subtração com números multidígitos, focalizando a construção de estratégias inventadas pelas crianças.

Foi investigado o papel que as estratégias inventadas desempenham na compreensão dos conceitos e procedimentos de adição e subtração.

Na sua essência, o estudo demonstrou a relação entre as estratégias de cálculos, inventadas pelas crianças, e a elaboração dos conceitos relativos ao sistema decimal e às operações de adição e subtração com multidígitos. Também analisou as diferenças entre os estudantes que usaram estratégias inventadas com os que usaram algoritmos convencionais.

Nunes e Bryant (1997) lembram que as crianças desenvolvem um conceito inicial de adição e subtração que está relacionado a unir e separar conjuntos. Desenvolvem então uma compreensão de quantidade, relacionada à correspondência termo a termo que permite responder a problemas.

Para analisar os conceitos de adição e subtração dos alunos, é preciso levar em conta situações descritas em problemas, as operações de pensamento necessárias para resolução dos problemas. Assim, em princípio, a partir de Vergnaud, a adição e a subtração, para Nunes e Bryant (1997), desenvolvem-se na medida em que as crianças dominam mais situações-problema, envolvendo uma variedade de procedimentos e baseadas em invariantes diferentes (como teoremas em ação) e em uma variedade de sistema de sinais.

Algumas situações de adição e subtração, para os mesmos autores, envolvem números e medidas, como no exemplo de *problema de composição*: *Martin tinha 5 peixes amarelos e 3 vermelhos em seu aquário. Martin tinha no* *total 8 peixes em seu aquário.* Mesmo que haja dois números na situação de medidas, pode-se criar apenas dois tipos de problemas onde: mostramos para as crianças o tamanho das partes e pedimos para descobrir o total, ou dizemos o tamanho do todo e de uma parte e pedimos para encontrar a outra.

Riley, Greeno e Heller (apud Vasconcelos, 1998, p.60) propõem "que as relações entre dados do problema são estabelecidas por um esquema de parte-todo." Segundo os autores citados, através do esquema parte-todo, a criança resolve os problemas mais difíceis pelos métodos da matemática informal ou costuma convertê-los em procedimentos adotados pela escola. No trio 2-5-7, por exemplo, 7 é sempre o todo, 2 e 5 são as partes. A relação entre 2,5, e 7 se mantém, quer o problema seja dado como 2+5=7 , 5+2=7 como 7-5=2 ou 7-2=5. Cada uma dessas sentenças indicam a relação entre os números.

Ao resolver os problemas, as crianças analisam, se os dados se referem às duas partes ou se referem ao todo e uma das partes. "Se o problema fornece duas partes, a operação indicada para resolvê-lo é a adição; se as quantidades dadas referem-se ao todo e a uma das partes, a operação adequada é a subtração" (Riley, Greeno e Heller apud Vasconcelos, p.61).

Segundo Nunes e Bryant (1997), *os problemas de transformação* envolvem dois tipos de sentidos numéricos: medidas estáticas e transformação. O exemplo dado para a situação é o seguinte: *Joe tinha 3 bolinhas de gude. Então Tom lhe deu mais 5 bolinhas de gude. Agora Joe tem 8 bolinhas de gude.* As quantidades 3 e 8 se referem a medidas estáticas e 5 refere-se a transformação.

Para promover o desenvolvimento conceitual das crianças em adição e subtração, Nunes e Bryant (1997) acreditam que devemos ajudá-las estabelecendo conexões entre duas coisas que elas já conhecem: comparar usando a correspondência termo a termo; conceituar adição/subtração relacionando a situações de transformação. Assim, sua compreensão de adição e subtração se "tornará muito mais poderosa" (Nunes e Bryant, 1997, p.137).

Nunes e Bryant (1997 p.138) alegam que a "compreensão das crianças da adição e subtração se desenvolve à medida que elas se tornam cada vez mais capazes de perceber a conexão entre sua compreensão inicial da adição e subtração e situações novas e a medida que elas se tornam capazes de usar situações diferentes de sinais ao raciocinar adição e subtração.”

O conhecimento da adição e subtração, segundo os mesmos autores se expande nas crianças entre os 5 e 7 anos. Nesta fase, elas não precisam representar as quantidades em um problema com ajuda de material manipulável a fim de somá-las. Elas utilizam um número para representar o primeiro montante e contam a partir dele, representando somente o segundo montante através o material ou dos dedos. Esta forma de adição está relacionada com a sua compreensão da propriedade de composição aditiva dos números.

Quando as crianças entendem a adição e subtração como inverso uma da outra, começam a entender problemas de montante ausente nos quais a quantidade de transformação tem que ser descoberta a partir de uma quantidade inicial ou da quantidade final.

Assim, as crianças desenvolvem diferentes estratégias para trabalhar adição e subtração. Elas podem usar a correspondência termo-a-termo para construir conjuntos e usam situações que envolvam números como medida e como transformação.

As crianças de 5 a 7 anos, conforme Nunes e Bryant (1997), não usam quaisquer operações quando têm que lidar com números como medidas da relação estática entre dois conjuntos: elas não são bem sucedidas em resolver *problemas de comparação* em que uma relação estática esteja envolvida. Contudo, elas podem ser levadas a melhor elaborar as estratégias que já têm, e, assim, aprender a resolver problemas de comparação.

Para Moro e Branco (1993), apoiadas na perspectiva construtivista, na iniciação aritmética, a adição e a subtração, vistas como operações inversas de um sistema, devem por isso ser trabalhadas ao mesmo tempo pelas crianças, tendo como base em ações infantis naturais como as de pôr e as de retirar elementos de coleções quaisquer.

A proposta deste trabalho não é a de verificar se a criança escolhe a operação adequada ao solucionar problemas, mas a de verificar as estratégias por ela então utilizadas para a solução.

Assim, temos dos estudos examinados, a importância das situações que dão significado aos conceitos matemáticos, referindo-se a questões mais desafiadoras à educação. Tem-se, sobretudo, segundo os tipos de operações, a descrição de várias estratégias desenvolvidas pelas crianças que servem como referência para analisar os dados que encontramos. E, assim, descobrir diferenças e semelhanças de estratégias de solução usadas nas diversas circunstâncias.

Sabemos da importância da circunstância para a elaboração do conhecimento. E a escola, é, por seu lado, um contexto específico onde deve se dar a elaboração dos conhecimentos. Entre os autores, Perret Clermont (1980), por exemplo, advoga o contexto das trocas interpessoais como elementos necessários para o desenvolvimento do indivíduo.

Segundo autores como Perret-Clermont, Jean Brun, El Hadi Saada e Schubauer-Leoni (1986), o sujeito é constantemente solicitado pelo seu meio. Conversas, trocas, negociações são necessários, mas não são suficientes para que ele se insira no campo das relações sócio-cognitivas. O mecanismo de troca sujeito-ambiente deve ser especificado numa relação entre o sujeito e o contexto social e cultural.

Conforme Ervin Tripp (citado por Perret Clermont, Jean Brun, El Hadi Saada e Schubauer-Leoni,1986), a compreensão do sujeito para com os outros pode ser explanada na referência que o indivíduo adquire num específico ambiente.

Rose e Blanck, Mc Garrigle e Donaldson (citado por Perret Clermont, Jean Brun, El Hadi Saada e Schubauer-Leoni,1986), demonstraram em suas pesquisas diferentes desempenhos do sujeito quando é variado o exercício em diferentes cenários.

Chiarottino (1980), destaca a posição de Piaget de que a capacidade de raciocinar do indivíduo se constrói a partir da troca com o meio através das ações desse individuo no seu meio ambiente, e vice-versa.

A autora (1980) lembra que, no sentido piagetiano, a ação é toda atividade organizada pelo sujeito que visa alcançar um objetivo ou um fim por ele estabelecido. Esta ação ou o conjunto de ações vêm a ser estratégias para estruturar o meio a fim de compreendê-lo, o que pode se constituir também um problema para o sujeito. As estratégias de conhecimento devem ser construídas pela criança, nesta relação cabe ao professor criar na escola, situações para que ela enfrente o problema.

Essa interação indivíduo-ambiente é relação crucial no desenvolvimento cognitivo, que é a idéia central na obra de Piaget (1971). O conhecimento se faz nesta interdependência indivíduo-meio ambiente. Assim, é construído a partir da ação do sujeito sobre o objeto do conhecimento, e da ação deste sobre o sujeito.

Piaget (1964, p.176), diz "conhecer um objeto é agir sobre ele. Conhecer é modificar, transformar o objeto e entender o processo dessa transformação, e, como conseqüência, entender como o objeto é construído."

Para o mesmo autor, a operação é a essência do conhecimento e se forma em uma ação interiorizada, que modifica o objeto, permitindo que o sujeito construa suas estruturas cognitivas, essas em constante transformação.

Estudo feito por Perret-Clermont, Schubauer-Leoni e Grossen (1990) mostra o papel do que as autoras chamam de contexto na aprendizagem num grupo de alunos fazendo exercícios escritos em sala de aula e outro fazendo o mesmo exercício em outro lugar que não a sala de aula, junto com o experimentador. Embora a tarefa fosse a mesma, as soluções encontradas foram diferentes, sendo atribuídas às diferenças entre os contextos sala de aula e não sala de aula (outro lugar).

Esse estudo comprova que as situações não são neutras e que o chamado contexto escolar dentro e fora da sala de aula traz efeitos diferentes sobre os resultados.

Segundo Perret-Clermont, Perret e Bell (1991), os processos cognitivo e social são intrinsecamente ligados e intervêm na aprendizagem da escola. Defendem que o contexto escolar possibilita à criança expor suas competências dependendo da interpretação da situação da tarefa, do conteúdo e do discurso do adulto, nesta interação.

Por isso, propomos este estudo, comparar as soluções das crianças a problemas aditivos e subtrativos em diferentes circunstâncias: *circunstância I,* a simulação de uma situação cotidiana de compra e venda em contexto escolar numa sala diferente da que habitualmente estudam; *circunstância II*, o registro do que fez na atividade de simulação no primeiro momento; *circunstância III*, cada sujeito recebeu uma folha com três problemas convencionais escolares.

Estamos, assim, indo ao encontro das idéias revisadas aqui e que deverão nos orientar na análise das estratégias de solução utilizadas pelos nossos sujeitos naquelas diferentes circunstâncias.

III MÉTODO

O presente trabalho, consiste em uma pesquisa de natureza qualitativa. É um estudo de certo número de casos de crianças, das quais serão descritos e analisados as estratégias de solução de problemas envolvendo adição e subtração em diferentes circunstâncias. Assim sendo, seus aspectos metodológicos são como seguem:

1. Sujeitos

Foram selecionados como sujeitos da pesquisa 12 alunos da 1ª série de uma escola particular que oferece educação infantil, ensino fundamental e médio, atendendo a famílias de classe média/alta em Curitiba.

A escolha da turma foi realizada mediante sorteio dentre as seis primeiras séries do estabelecimento de ensino. Depois de selecionada a turma, foi solicitado o auxílio da professora de sala, no sentido de fornecer a lista dos alunos matriculados. A seguir, os nomes de todos os alunos foram escritos em pequenas tiras de papel, e foi efetuado, na presença da professora e da turma, o sorteio de doze nomes selecionados, então, como sujeitos. Os pais dos sujeitos escolhidos concordaram em terem os dados dos filhos coletados em vídeo e utilizados no trabalho.

Um dos sujeitos sorteados, durante a atividade, pediu que não fosse filmado. Após conversa do experimentador com o sujeito, foi feita a filmagem, porém, o mesmo falava muito baixo, não conseguindo o experimentador entendê-lo durante a atividade e nem transcrever os dados, o que motivou sua exclusão do grupo dos sorteados.

Foram os seguintes sujeitos participantes, doravante identificados com as letras iniciais de cada nome e indicadas suas idades:

Bra (7;4) Fer (7;3) Mar (7;6) Raf (7;2) Vin (7;4) Vic (7;5)
Bro (7;5) Cam (7;1) Rafa (7;6) Lui (7;1) Gi (7;1)

2. Procedimentos de coleta de dados

A coleta de dados foi realizada em duas sessões: durante a tarde os sujeitos participaram das atividades correspondentes, à primeira e segunda circunstância de solução dos problemas, individualmente. Dois dias depois, esses mesmos sujeitos encontraram-se juntos numa sala de aula para solucionar os problemas, individualmente, a terceira circunstância.

Os problemas foram selecionados e adaptados de acordo com a classificação de Vergnaud (1991), sendo escolhidos exemplos das três primeiras categorias:

I - duas medidas se compõem para formar uma medida (são duas quantidades com as quais o sujeito deve compor uma terceira quantidade);

II - uma transformação opera sobre uma medida inicial para dar uma medida final (as quantidades inicial e final são conhecidas e o que se deseja saber é o valor da transformação que ocorre entre o primeiro e segundo momento);

III - uma relação liga duas medidas (as quantidades são conhecidas e busca-se comparar a diferença existente entre as duas).

Neste estudo, a diferença de circunstância se define pelo local e pela forma de propor a solução dos mesmos tipos de problemas.

A circunstância I é a simulação de uma situação cotidiana de compra e venda em contexto escolar. Numa sala, diferente da em que habitualmente estudam, cada sujeito recebia R$10,00 em “dinheirinho de papel”, para comprar dois produtos quaisquer. Os produtos eram diversas embalagens vazias, com o preço, por exemplo, R$2,00; R$3,00, etiquetado em cada embalagem. Estas embalagens estavam em cima de uma mesa. Somente dois produtos tinham o preço maior de R$10,00. Cada sujeito escolhia dois produtos de sua preferência. Chegando ao “caixa”, o experimentador apresentava oralmente os seguintes problemas:

Problema I – Você comprou um pacote de (X) que custa R$X,00 e outro pacote de (Y) que custa R$Y,00. No total, quanto você gastou? Como você descobriu?

Problema II – Você tinha R$10,00 quando começou sua compra. Depois da compra você ficou com R$X,00. O que aconteceu? Como você descobriu?

Problema III – Você tem R$ X,00. Seu colega tem R$10,00. Então quantos reais seu colega tem a mais que você? Como você descobriu?

Na circunstância II, logo após a simulação de compra e venda, na mesma sala onde foram realizadas as tarefas da circunstância I , cada sujeito individualmente recebeu uma folha de papel sulfite e canetinhas hidrográficas, para realizar, o registro do que fez na simulação no primeiro circunstância. A produção desse registro foi orientada pelo experimentador. Este fez a solicitação de que os sujeitos poderiam fazer seus registros por meio de desenhos, cálculos e escrita.

Passados dois dias foi realizada a atividade correspondente a *circunstância III*: numa sala de aula onde os sujeitos estavam sentados em carteiras enfileirados, cada um recebeu uma folha com três problemas convencionais escolares. O experimentador informou os sujeitos que os problemas poderiam ser solucionados através de cálculos, desenhos ou escrita. Cada problema foi lido pelo experimentador um a um depois de cada solução.

Problema I - Tenho três reais (R$3,00) em moedas e cinco reais (R$ 5,00) em cédula. No total quantos reais eu tenho?

Problema II – Eu tinha quinze reais (R$15,00) quando fui ao supermercado. Depois da compra paguei, recebi o troco e saí do mercado com oito reais (R$ 8,00). O que aconteceu?

Problema III – Ana tem nove reais (R$9,00). Seu colega tem cinco reais (R$5,00). Então quantos reais Ana tem a mais que seu colega?

3. Procedimentos de registro de dados

Na primeira parte da pesquisa, a solução dos problemas apresentados pelo experimentador e as ocorrências da sessão foram gravadas em vídeo (45 minutos para todos os sujeitos) por um auxiliar de pesquisa (para registro de todas as ações, gestos, expressões fisionômicas do sujeito e do experimentador e demais ocorrências não-verbais de interesse à pesquisa). Também houve por parte de um segundo auxiliar de pesquisa, o registro escrito das falas do experimentador e das respostas dos sujeitos para, da forma mais precisa possível, reconstituir os dados gravados com os anotados na montagem dos protocolos.

Na segunda parte da pesquisa, dois dias depois da primeira, foram utilizados os registros escritos dos sujeitos.

4. Procedimentos de análise de dados

Neste estudo é realizada uma análise qualitativa para caracterizar os procedimentos orais e notacionais de solução encontrados pelos sujeitos para cada circunstância.

Numa primeira etapa de análise, os dados brutos transcritos, compondo os protocolos de entrevista, foram examinados para ser feita uma primeira interpretação (em paráfrase) para identificar as soluções encontradas.

Buscou-se, então, numa segunda etapa, agrupar as soluções dos sujeitos, classificando-as em categorias conforme critérios ligados à natureza e/ou tipo de solução aritmética e sua forma de representação. A literatura deu-nos indícios desses critérios, principalmente das pesquisas realizadas por Carraher e Schliemann (1983), Carpenter, Fennema e Franke (1996), Vergnaud (1981), Nunes e Bryant (1997).

Com base nas categorias descritas na etapa anterior, na terceira etapa analisamos os tipos de solução encontradas nas três circunstâncias, fazendo uma descrição de cada uma delas enfocando as semelhanças e diferenças das estratégias escolhidas pelos sujeitos. Os tipos de estratégias escolhidas pelos sujeitos que encontramos, nos permitiram fazer comparações entre as circunstâncias e os tipos de problemas, no que foi a quarta etapa da análise:

- o que é comum e/ou diferente entre as estratégias usadas de solução nos diferentes tipos de problemas.
- o que é comum e/ou diferente entre as estratégias usadas na solução dos problemas nas diferentes circunstâncias.

IV- RESULTADOS

A análise dos dados é apresentada, neste capítulo, em duas partes: conforme as circunstâncias e a categoria de problemas são interpretadas as estratégias de solução dos sujeitos e, posteriormente, são comparadas as semelhanças e diferenças encontradas.

Primeira parte: Descrição das estratégias de solução dos sujeitos, em cada circunstância e cada problema.

Circunstância I

Relembrando, a circunstância I, consistia em escolher, por exemplo, dois produtos de sua preferência e resolver problemas apresentados pelo experimentador.

Problema I – Você comprou um pacote de (X) que custa R$X,00 e outro pacote de (Y) que custa R$Y,00. No total, quanto você gastou? Como você descobriu?

Nesse caso, a solução aritmética corresponde a uma adição entre duas medidas que se unem para compor uma terceira medida, conforme indicadas no produto escolhido. Eis as estratégias de solução detectadas:

<u>1 SOLUÇÃO VERBAL ADITIVA.</u>

Expressa a composição da quantidade final

Por cálculo mental indicando a operação; **(AdCompCM)**

Para a composição 3+1=

Exp. Como é que você descobriu que você gastou quatro? **Bra**. Somando.

Para a composição 2+5=

Exp. Ah! Porque tem o preço! E como você fez para calcular? **Fer**. Somando. **Exp**. Ah! Você somou, o que você somou? **Fer**. O cinco mais dois.

Para a composição 2+4=

Exp. Hum! Como é que você descobriu que você gastou seis reais? **Mar**. Somando! **Exp**. O que você somou? **Mar**. Quatro mais dois.

Para a composição 6+2=

Exp. Quanto você gastou ao todo? **Vin**. Oito reais. **Exp**. Como é que você descobriu isso? **Vin**. Somando. **Exp**. Como é que você somou? **Vin**. Pela cabeça! **Exp**. Hum de cabeça! E o que você somou? **Vin**. Oito mais dois. **Exp**. Oito? **Vin**. Não, seis mais dois igual a oito.

Para a composição 2+3=

Exp. Como você descobriu? **Vic**. Pela cabeça. **Exp.** Pela cabeça? E o que entrou lá na cabeça para você descobrir isso? **Vic**. Ah! Eu pensei e descobri. **Exp**. E o que você pensou? **Vic**. Ah! Eu pensei em dois mais três.

Para a composição 5+1=

Exp. Quanto que você gastou? **Bro**.Seis reais. **Exp.**Como é que você descobriu isso? **Bro**. Cinco mais um é igual a seis.

Para a composição 4+3=

Exp. Como você descobriu que você gastou sete? **Lui**.Eu já sabia a conta! **Exp**. Que conta? **Lui.** Quatro mais três igual a sete.

Para a composição 2+1=

Exp. Quanto você gastou? **Gi.** Três. **Exp**. Como você descobriu? **Gi**. Dois mais um é igual a três.

1.2 Cálculo por contagem (dedos); **(AdCompCD)**

Para a composição 6+2=

Exp.Quantos reais você gastou ao todo? **Rafa.** Oito. **Exp**. Como é que você descobriu? **Rafa**. Ah! Eu contei no dedo. **Exp**. E como você contou no dedo? **Rafa**. Eu guardei o seis e contei mais dois.

Para a composição 5+4=

Exp. Quantos reais você gastou? **Raf**. (conta nos dedos) Nove. **Exp.** Nove reais. Muito bem! Como é que você descobriu que gastou nove reais? **Raf**. Eu fiz uma continha. **Exp**. Ah, você fez uma continha, e como você fez essa continha? **Raf.** Com os dedos. **Exp**. O que você fez com os dedos para fazer essa continha? **Raf**. Eu fiz quatro mais cinco.

1.3 Cálculo por contagem (dedos) posterior à “junção” indevida dos valores, (alteração do valor posicional da primeira parcela); **(AdCompCJ)**

Para a composição 5+3=

Exp. No total quanto você gastou? **Cam**. Cinqüenta e três. **Exp**. Cinqüenta e três? Como você descobriu isso? **Cam**. Porque cinco (mostra os dedos juntando com três). Quer dizer eu gastei oito reais. **Exp**. Ah! Bom! Como é que você descobriu que gastou oito reais? **Cam**. Porque cinco mais três é oito.

Problema II – Você tinha R$10,00 quando começou sua compra. Depois da compra você ficou com R$X,00. O que aconteceu? Como você descobriu?

Nesse caso, espera-se do sujeito, uma solução aritmética de relação subtrativa entre o valor inicial e o valor final. As estratégias encontradas são as seguintes:

1 SOLUÇÃO VERBAL SUBTRATIVA.

Expressa o valor da transformação ocorrida entre a quantidade inicial e a quantidade final e justifica a solução encontrada, utilizando expressões que lembram a subtração; **(SubTransf)**

Para a transformação 10-2=

Exp. Muito bem! Agora está aqui o seu troco. Você começou a compra com dez reais e ficou com dois reais. O que aconteceu? **Vin**. Eu gastei oito reais.**Exp**. Você gastou oito reais na compra? Hum! É mesmo gastou oito reais. E como você descobriu que gastou oito reais? **Vin**. Porque eu só fiquei com dois e tinha dez.

Para a transformação 10-2=

Exp. Você consegue me dizer quantos reais a menos você ficou? **Rafa**. Oito. **Exp**. Por que você ficou com oito reais a menos? **Rafa**. Porque dez tiro dois fica com oito.

Para a transformação 10-4=

Exp. Seis. O que aconteceu? **Bra**. É porque eu gastei quatro, você tinha que me dar o troco você me deu seis reais.

Para a transformação 10-7=

Fer. Eu te dei dez reais e você me deu três reais de troco. **Exp**. Porque será que eu te dei três reais de troco? **Fer**. Porque eu gastei sete e te dei dez.

Para a transformação 10-9=

Exp. No começo da compra você tinha dez reais. E agora no final da compra você ficou com um real. O que aconteceu? **Ra**f. Eu gastei meu dinheiro com tudo isso.**Exp.** E quanto custou tudo isso para você gastar assim? **Raf**. Nove reais. **Exp**. E você saiu com mais ou menos dinheiro? **Raf**. Menos, porque eu tinha dez, gastei nove e fiquei com um.

Para a transformação 10-4=

Exp. Quando você começou a brincadeira do mercado você tinha dez reais. Agora você tem? **Bro**. Quatro reais**. Exp**. O que aconteceu? **Bro**. Eu ganhei troco. **Exp.** Quanto de troco? **Bro.** Quatro. **Exp**. E você saiu com mais ou menos dinheiro? **Bro.** Menos, porque eu tinha dez e comprei seis.

Para a transformação 10-7=

Exp. O que aconteceu? **Gi**. Eu comprei duas coisas! **Exp**. Você saiu com mais ou menos dinheiro? **Gi**. Menos! **Exp**. Quantos reais a menos você saiu? **Gi**. Três!

Para a transformação 10-5=

Exp. Você entrou no mercado com dez reais e saiu com cinco. O que aconteceu?

Vic. Eu fiquei com cinco e você ficou com dez.

2 SOLUÇÃO VERBAL ADITIVA

Expressa o valor da transformação entre a quantidade inicial e a quantidade final, usando a adição para justificar o resultado; **(AdTransf)**

Para a transformação 10-4=

Exp. O que aconteceu para você estar ai só com quatro? **Mar**. Eu gastei seis reais.

Exp. Ah! Você gastou seis reais. Como é que você descobriu? **Mar**. Somando. **Exp**. Somando o quê? **Mar**. Seis mais quatro

3 SOLUÇÃO VERBAL COM AUSÊNCIA DE RELAÇÃO ENTRE AS QUANTIDADES INICIAL E FINAL.

Não encontra na subtração, o tipo de transformação entre a quantidade inicial e a quantidade final. **(AusTransf)**

Para a transformação 10-2=

Cam. (pensa, conta nos dedos). **Exp**. Fala alto pra mim! **Cam**. To pensando. (fica movimentando os lábios). **Exp.** Fale alto para eu escutar? O que você acha que aconteceu? Não consegue me dizer? **Cam**. (gesticula negativamente com a cabeça).

Para a transformação 10-3=

Exp. O que aconteceu? **Lui**. (mexe com o ombro para representar que não sabia).

Problema III – Você tem R$ X,00. Seu colega tem R$10,00. Então quantos reais seu colega tem a mais que você? Como você descobriu?

Nesse caso, espera-se uma solução aritmética subtrativa entre o valor inicial e final, buscando encontrar a diferença. As estratégias são as seguintes:

1 SOLUÇÃO VERBAL SUBTRATIVA

Expressa o valor da diferença entre as quantidades das seguintes maneiras:

1.1 Justificando o resultado mediante alguma forma de compor matemática entre os valores; **(SubDifJ)**

Para a diferença entre 10 e 5

Exp. Seu amigo tem dez reais e você tem cinco. Quantos reais seu amigo tem a mais que você? **Vic**. Cinco**. Exp**. Porquê? **Vic**. Porque ele tem dez reais e eu tenho cinco e daí dez divididos por cinco é cinco. **Exp**. Não entendi, repete pra mim! **Vic**. É porque daí ele tem dez, daí eu tiro cinco daí ele fica com dez e eu fico com cinco. **Exp**. Ah! Isso mesmo, agora eu entendi! Muito bem!

Para a diferença entre 10 e 4

Exp. Quantos reais ele tem a mais que você? **Mar**.Seis! **Exp**. Porque ele tem seis reais a mais que você? **Mar**. Porque eu tenho quatro. **Exp**. Como você descobriu isso? **Mar**. Só porque eu tenho quatro.

1.2 Outra justificativa (significado de ação do problema – comprar indica menos) (**SubDifJC**)

Para a diferença entre 10 e 3

Lui. Sete! **Exp**. Por que ela tem sete reais a mais que você? **Lui**. Eu comprei e ela ainda não comprou!

Para a diferença entre 10 e 7

Exp. Quantos reais sua amiga tem a mais que você? **Gi**. Três. **Exp**.Porque? **Gi**. Porque eu comprei e ela não.

Para a diferença entre 10 e 4

Exp. Quantos reais a mais a Cam. tem que você? **Bro**. Quatro. **Exp**. Ela tem quatro reais a mais que você? **Bro**. Tem. **Exp**. Como você descobriu isso? **Bro**. Porque cinco mais cinco é dez, tirei um ficou quatro. **Exp**. Da onde o cinco mais cinco? Eu não entendi! Me explica

de novo? Ela tem dez e você tem quatro. Quantos reais a mais ela tem que você? **Bro.** Quatro. **Exp**. Por que ela tem quatro reais a mais? **Bro** (pensa, movimenta os lábios). **Exp.** Conta pra mim, pense alto!(risos) Olha você tem quatro, ela tem dez. Quem tem mais dinheiro? **Bro**. Ela. **Exp**. Quanto dinheiro a mais ela tem?
Bro. Quatro. **Exp**. E você não consegue dizer pra mim porque ela tem quatro a mais que você? **Bro**. Porque eu ganhei troco.

1.3 Justificando com apoio da contagem;(dedos) **(SubDifCD)**

Para a diferença entre 10 e 2

Exp. Quanto dinheiro a mais ela tem? **Cam**. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Dez!
Exp. Ela tem dez reais a mais que você? Como você descobriu isso? **Cam**. (sorri e conta nos dedos) Oito! **Exp**. Oito reais, como você descobriu isso? **Cam**. Porque eu tenho dois reais ela tem a mais do que mim oito.

1.4 Não consegue justificar o resultado encontrado**.** **(SubDifSJ)**

Para a diferença entre 10 e 2

Exp. Quantos reais sua amiga tem a mais que você?**Rafa**. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Oito. **Exp**. Porque? **Rafa**. Por causa que ela tem dez e eu tenho dois.Dez mais seis não dá oito? **Exp.** Dez mais seis? **Rafa**. Dá oito ou não? **Exp**. Dez mais seis acho que não dá oito! **Rafa**. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Dá dezesseis! **Exp**. Sua amiga tem dez reais e você tem dois. Quantos reais a mais ela tem? **Rafa** (pensa) **Exp**. Ela tem mais dinheiro que você? **Rafa**. Tem. **Exp**. Quanto a mais? **Rafa**. (olha o dinheiro, conta nos dedos) Doze!

2 SOLUÇÃO VERBAL ADITIVA

Expressa o valor da diferença entre as quantidades inicial e final, apoiando-se numa adição. **(AdDif)**

Para a diferença entre 10 e 3

Fer. (pensa) Sete. **Exp.** Como é que você descobriu isso? **Fer**. Somando. **Exp**. Como é que você somou? **Fer**. Pensando. **Exp.** E como você pensou? **Fer**. Pensei no sete mais três.

3 SOLUÇÃO VERBAL COM AUSÊNCIA DA RELAÇÃO SUBTRATIVA ENTRE AS QUANTIDADES . **(AusDif)**

Expressa no valor como diferença, a quantidade inicial recebida no início da atividade.

Para a diferença entre 10 e 1

Exp. Ele está com dez reais. Você tem um real. Quantos reais a mais o Vin. tem que você? **Raf**. Dez. **Ex**p. Ele tem dez reais a mais? **Raf.** (aceno positivo com a cabeça)
Exp. Como é que você descobriu isso? **Raf**. Porque ele tem uma nota de dez e eu tenho uma nota de um. **Exp**. Ah! Então ele tem dez reais a mais que você? **Raf**.(acena positivo com a cabeça)

Para a diferença entre 10 e 2

Vin. Dez! **Exp**. Porque ele tem dez reais a mais que você? **Vin**. Porque ele tem uma nota de dez e eu tenho uma de dois. **Exp**. Ah! Então ele tem dez reais a mais que você? **Vin.** Sim!

Para a diferença entre 10 e 6

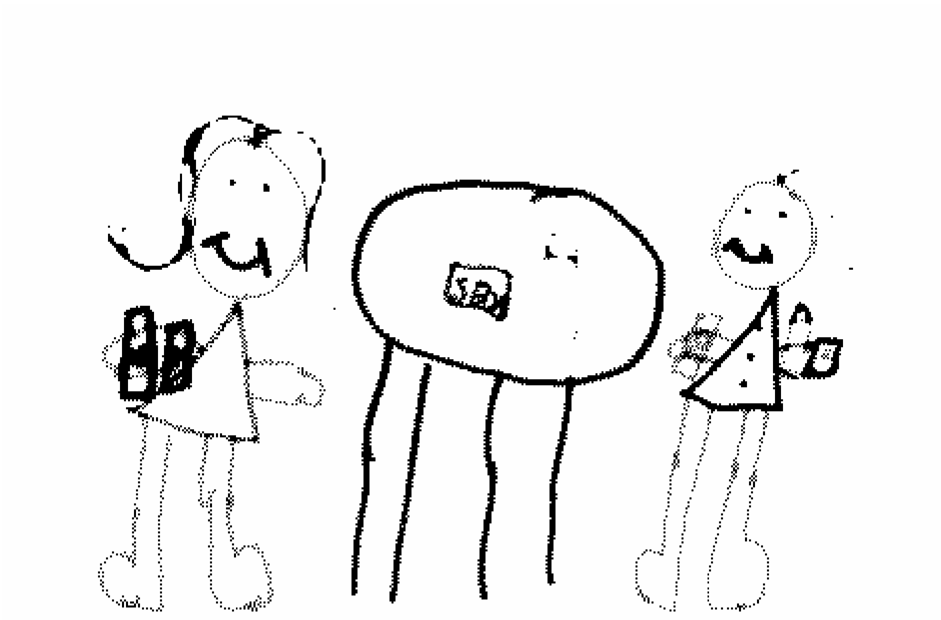
Exp. Quantos reais será que a Fer tem a mais que você? **Bra**. Ah!
Exp. Ela não tem mais que você? **Bra**. Tem! **Exp.** Quanto será? **Bra**. Dez?

Circunstância II

Relembrando, na circunstância II, cada sujeito recebeu uma folha de papel sulfite e canetinhas hidrográficas, para realizar, após orientação do experimentador, o registro através de desenhos, cálculos ou escrita sobre o que fez na atividade de simulação na circunstância I. Segue a análise das estratégias de solução da tarefa dos sujeitos:

1 DESENHOS COM ALGARISMOS

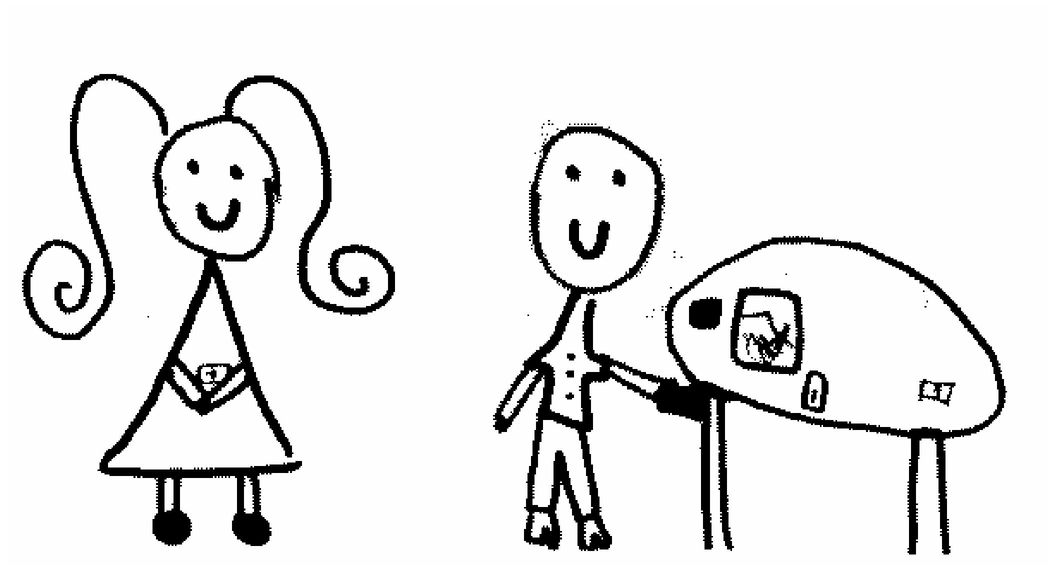
1.1 Desenho das embalagens escolhidas na compra do "mercado". Registro dos valores do problema (em forma de dinheiro). (**DesCAlgQIF**)



Bra “Eu entrando no mercado comprando condicionador e xampu daí depois você dando o troco e eu tava com os dez reais na mão eu te dei e aí eu coloquei o sabonete e o condicionador na mesa e daí você me deu o troco.”

Aparecem no desenho os seguintes registros:

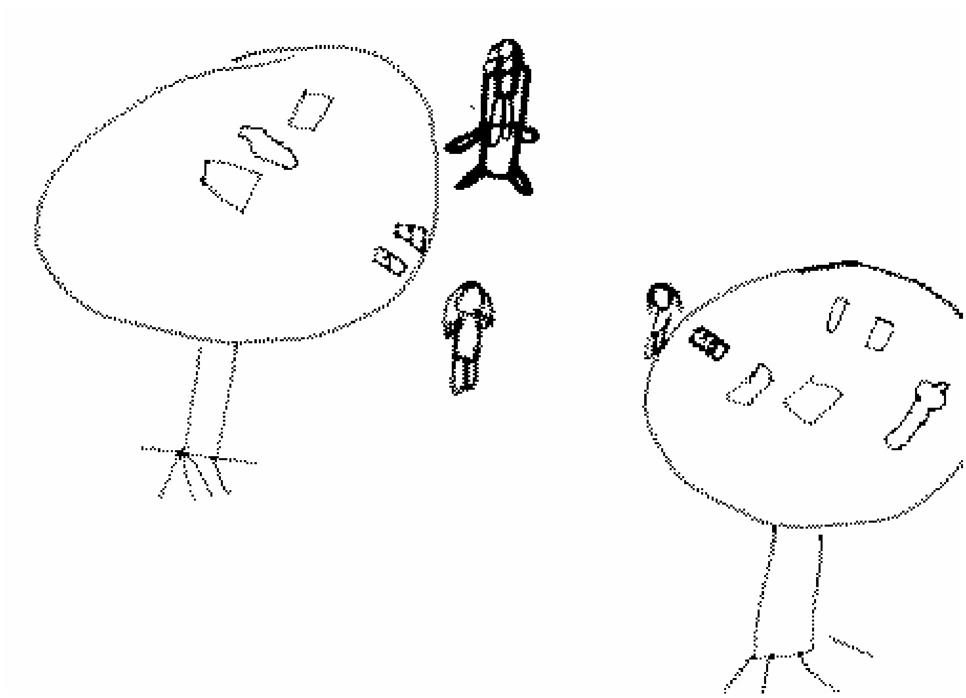
- Quantidade inicial (R$10,00)
- A comparação (problema I) representada pelo 4 (3+1)
- A transformação (problema II) representada pelo 6 (10-4)



Rafa “Eu desenhei você colocando a nota de dez e eu com o troco com a batata palha e o fandangos e com a nota de um real.”

Aparecem no desenho os seguintes registros:

- Quantidade inicial (R$10,00)
- A transformação (problema II) representados pelo 1 (na mesa) e 1 (na mão)   (10-8)

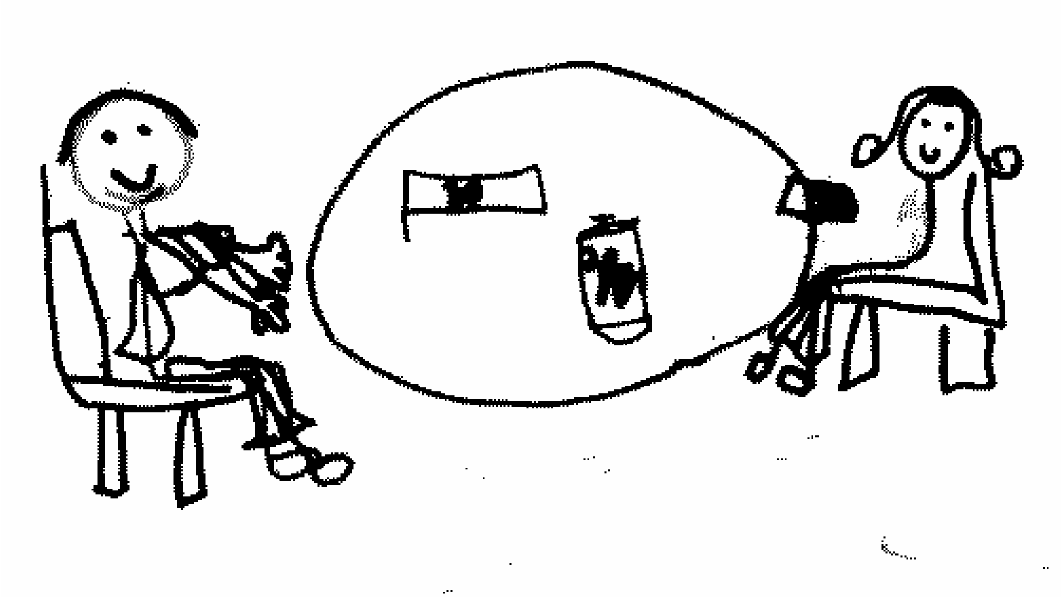


Cam. "Eu desenhei as coisas do mercado depois você me dando o troco."

Aparecem no desenho os seguintes registros:

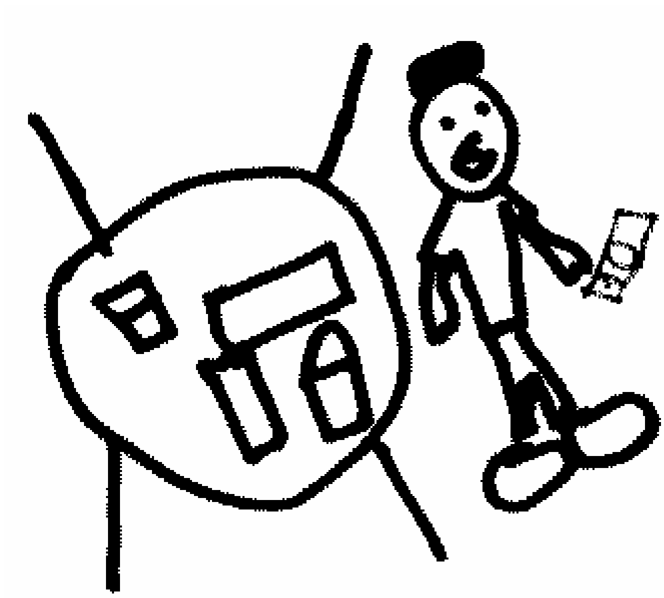
- Quantidade inicial (R$10,00)
- O troco recebido 2 (10-8)

1.2 Desenho do material usado (a quantidade inicial R$10,00) recebida no início do primeiro momento; **(DesCAlgQI)**



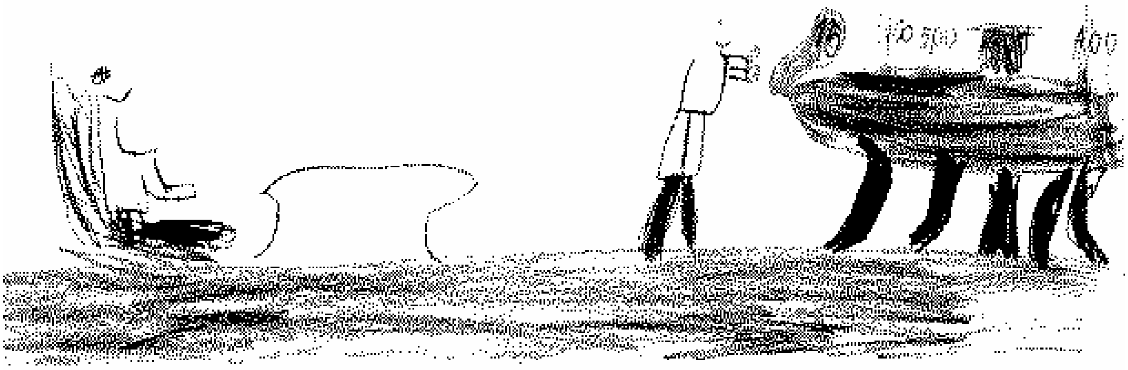
Gi. "Eu fiz você e eu".

Mar. “Eu desenhei você e daí é não sei! **Exp**. O que é isso aí? **Mar**. Você dando dinheiro. **Exp**. Que número está registrado no dinheiro? **Mar**. Os dez reais.”



Vic. “Eu desenhei eu com a nota de dez reais escolhendo os produtos.”

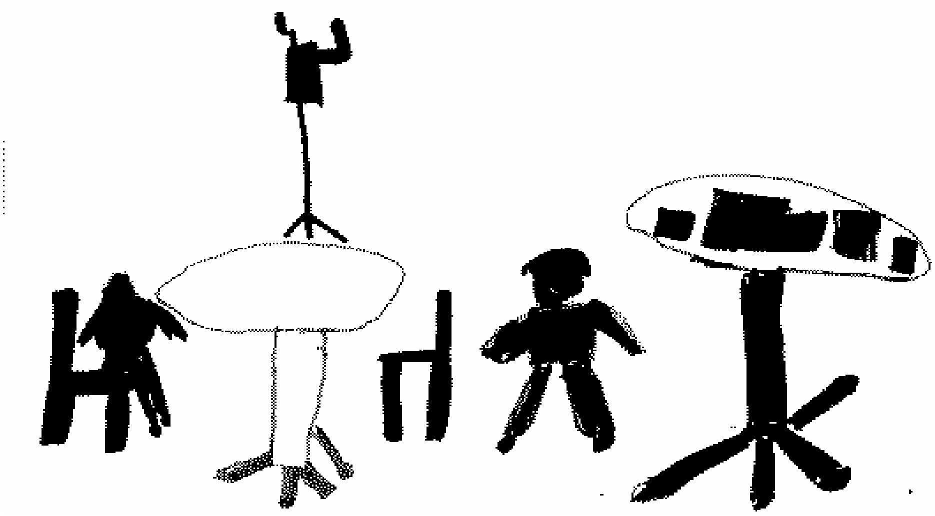
1.3 Desenho das embalagens com o valor representando o preço de cada
uma. (**DesCAlgQM)**



Lui. “Eu comprando e você aqui”.

2 DESENHOS SEM ALGARISMOS

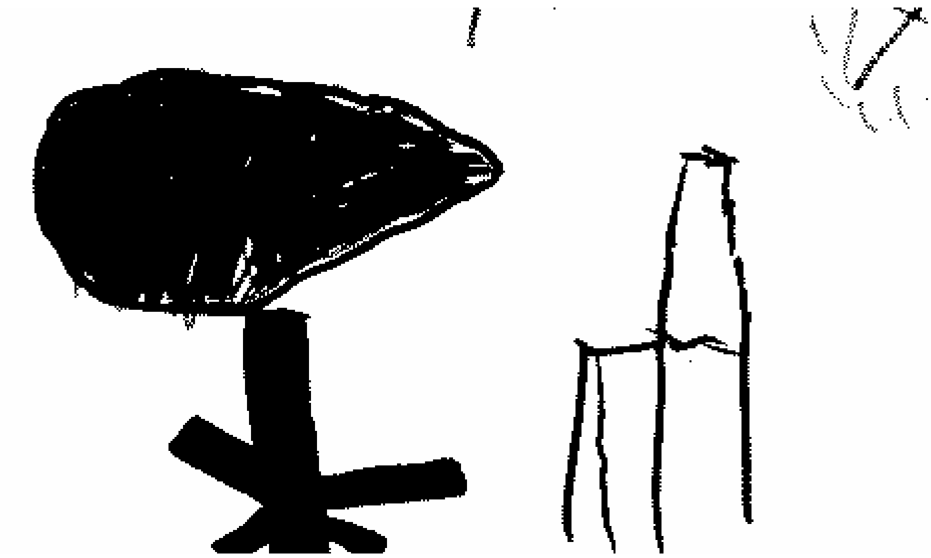
2.1 Desenho de objetos relacionados à tarefa e na interpretação oral utiliza a palavra “compra” que sugere uma adição. (**DesSAlgIC)**



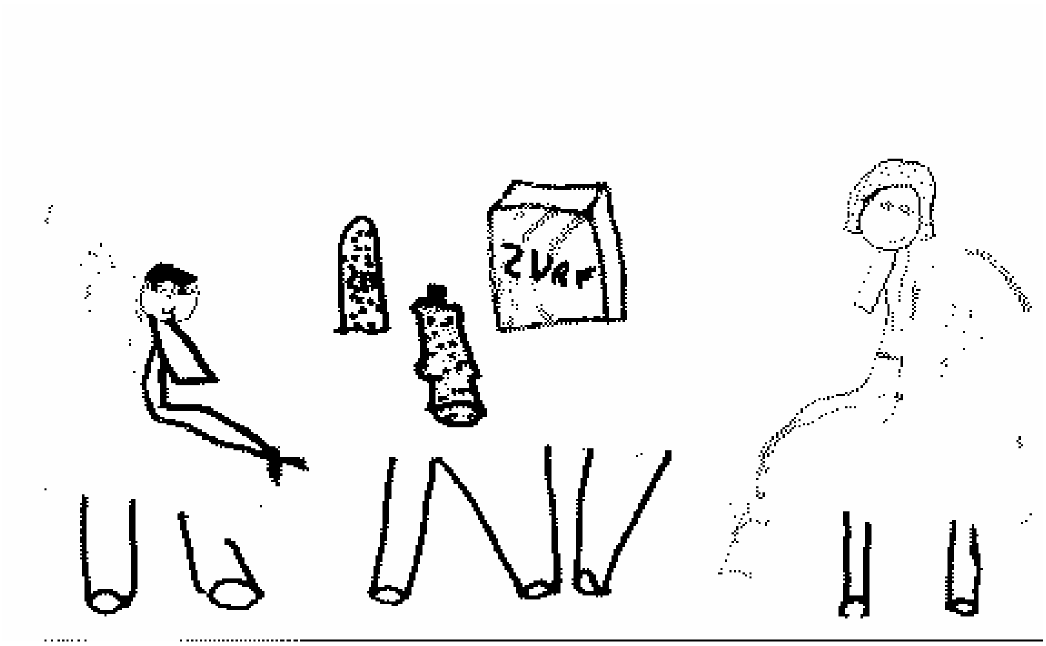
Bro “Você sentada e eu escolhendo a compra e saindo”.

Fer "Eu colocando no mercado comprando a coca-cola e a batata daí eu fui no caixa pagar para você".

2.2 Desenhos e interpretação estritamente relativa à circunstância. (**DesSAlgICirc)**



Vin ."Eu desenhei a gente estudando. **Exp.** E o que nós fizemos aqui? **Vin**. Brincamos de ir ao mercado."



Raf " Esta é você explicando o que era para fazer para mim e eu respondendo a pergunta sentada".

Circunstância III

Relembrando, na circunstância III, cada sujeito recebeu em uma folha de sulfite três problemas convencionais escolares, utilizando o tipo de marca que quisesse (desenho escrita ou cálculo), conforme orientação do experimentador.

Problema I –Tenho três reais ($3,00) em moedas e cinco reais ($5,00) em cédula. No total quantos reais eu tenho?

Nesse caso, a solução aritmética corresponde a uma adição entre duas medidas que se unem, para compor uma terceira medida, conforme estavam indicadas no produto que cada sujeito escolheu. Eis as estratégias:

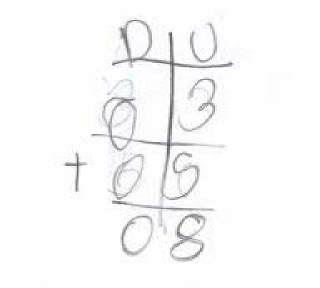
1 <u>SOLUÇÃO ADITIVA</u>

Os diferentes tipos de soluções aditivas foram:

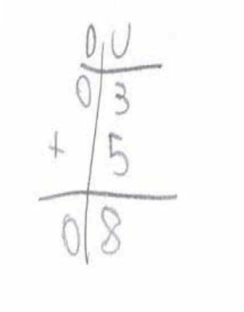
1.1 Com algarismos nos seguintes formatos:

- De conta escolar com colunas para dezena e unidade sem e com alteração do valor posicional. **(AdCompCM)**

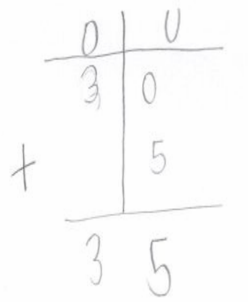
Mar



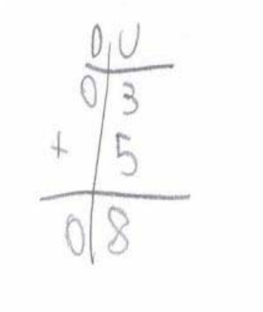
Vin



Cam

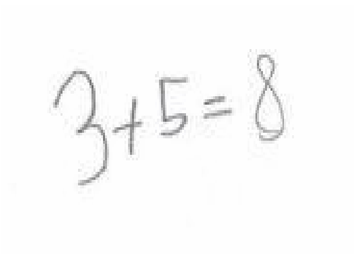


Fer

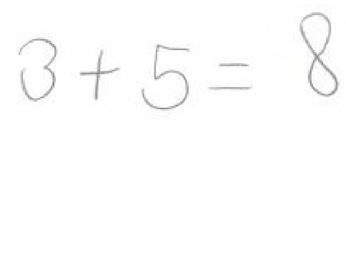


- De expressão numérica; **(ADCompEN)**

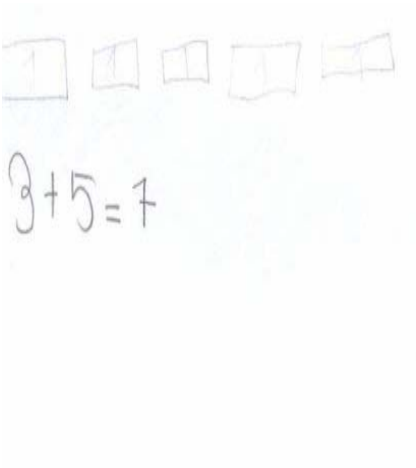
Bro



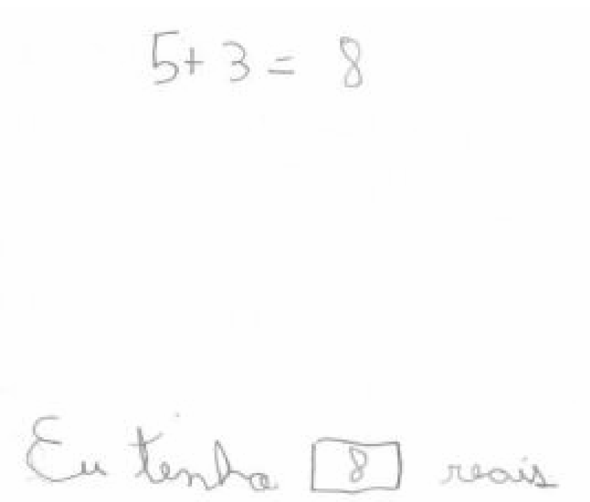
Bra



Raf

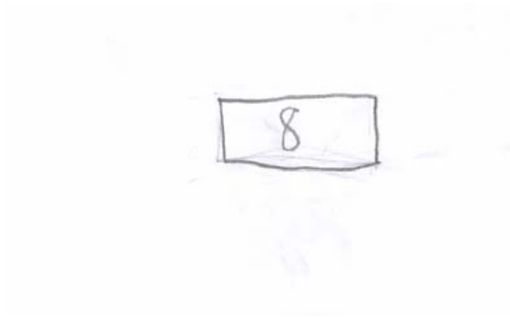


Rafa



- Valor numérico correspondente ao resultado por provável cálculo mental. **(AdCompCM**)

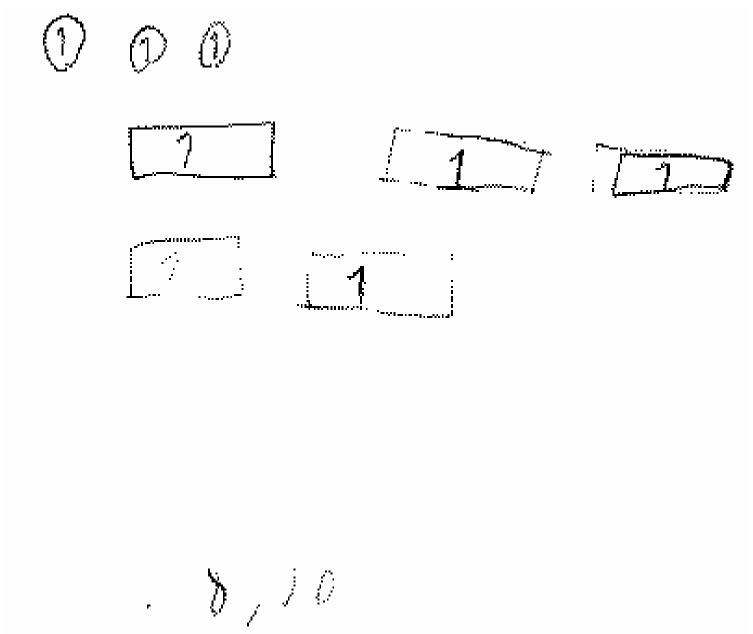
Vic



- Com desenhos onde cada parcela é representada de uma forma diferente; as moedas por círculos e as cédulas por retângulos, acompanhados de algarismos que representam o valor unitário (R$1,00). (**AdCompD)**

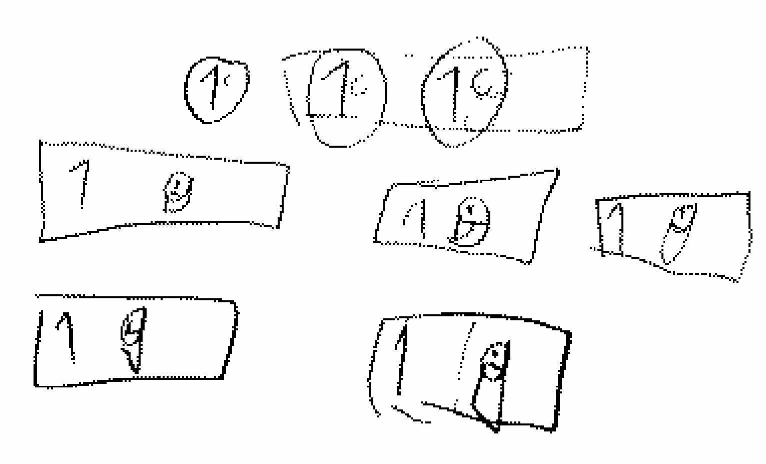
Com o valor total;

Gi



Sem o valor total;

Lui



Problema II - Eu tinha quinze reais (R$15,00) quando fui ao supermercado. Depois da compra paguei, recebi o troco e saí do mercado com oito reais (R$8,00). O que aconteceu?

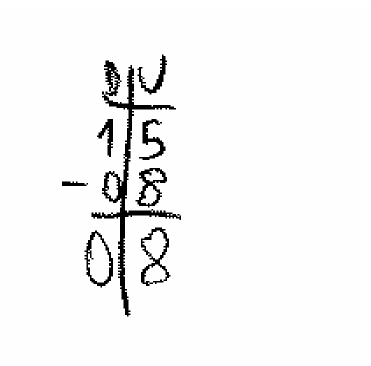
Nesse caso, espera-se uma solução aritmética subtrativa entre o valor inicial e o valor final. As estratégias encontradas são as seguintes:

1. <u>SOLUÇÃO SUBTRATIVA</u>

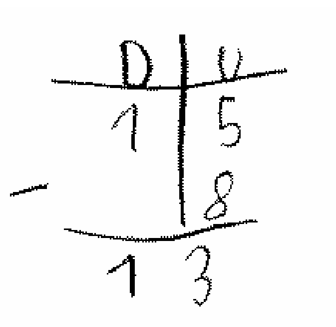
1.1 Com algarismos nos seguintes formatos;

- De conta escolar com colunas para dezena e unidade. (**SubTransfCE)**

Vin

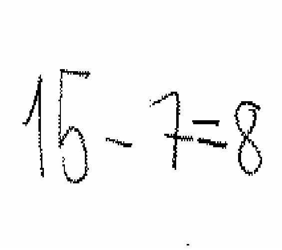


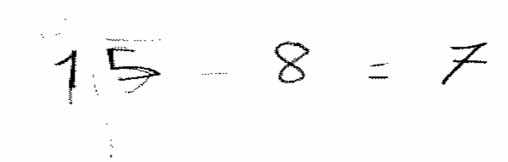
Cam



- De expressão numérica; (**SubTransfEN)**

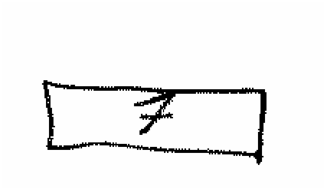
Rafa | Raf

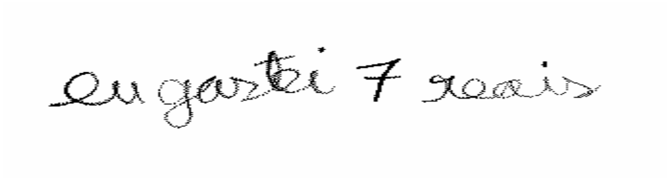




- Valor numérico correspondente ao resultado por provável cálculo mental; **(SubTransfCM)**

Vic | Mar



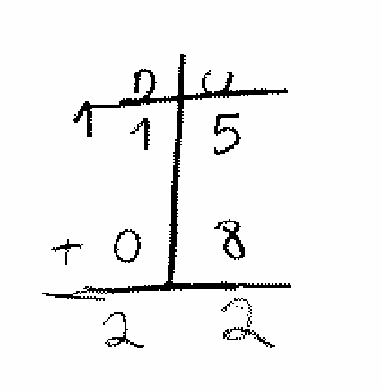


2 SOLUÇÃO ADITIVA

2.1 Com algarismos nos seguintes formatos:

- De conta escolar com colunas para dezena e unidade; **(AdTransfCE)**

Fer



- Em expressão numérica; **(AdTransfEN)**

Bra

$15+8=23$

3 SOLUÇÃO ESCRITA NÃO ARITMÉTICA (**SolEscNA)**

- Contém referência a ação do enredo do problema.

Gi

Eu comprei coxinha.

Bro

Eu ganhei o troco.

4 SOLUÇÃO ATRAVÉS DE DESENHO

- Desenho com algarismos, representando conteúdo do problema e valor inicial envolvido. (**SolDes)**

Lui

Problema III - **Ana tem nove reais (R$9,00). Seu colega tem cinco reais (R$5,00). Então quantos reais Ana tem a mais que seu colega?**

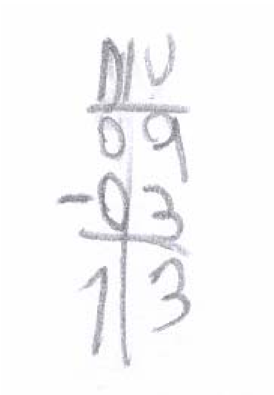
Nesse caso, é esperada uma solução aritmética subtrativa de comparação entre os valores, buscando encontrar a diferença. As estratégias são as seguintes:

1. SOLUÇÃO SUBTRATIVA

1.1 Com algarismos nos seguintes formatos;

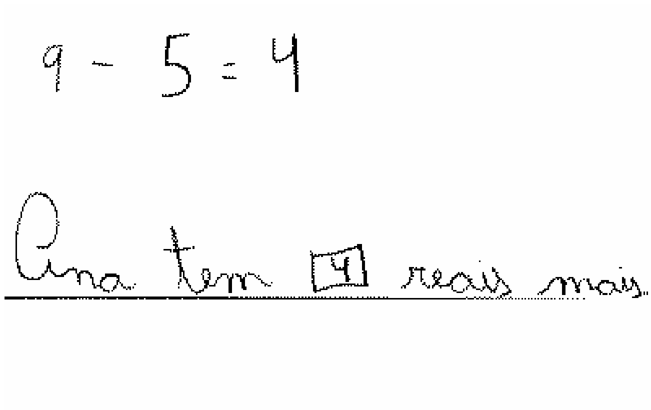
- De conta escolar com colunas para dezena e unidade, trocando a quantidade do "subtraendo" ao que consta no enunciado do problema. O resultado incorreto é encontrado de uma possível adição. (**SubDifCEI)**

Vin



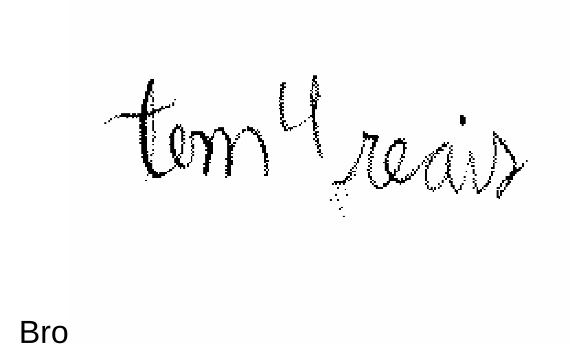
- Em expressão numérica com resposta anunciada. **(SubDifEN**)

Raf

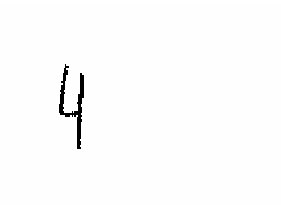


- Valor numérico correspondente ao resultado por provável cálculo mental com ou sem resposta anunciada. (**SubDifCM**

Mar



Bro



Gi

uma tem 4 reais amais

Vic

4

Lui

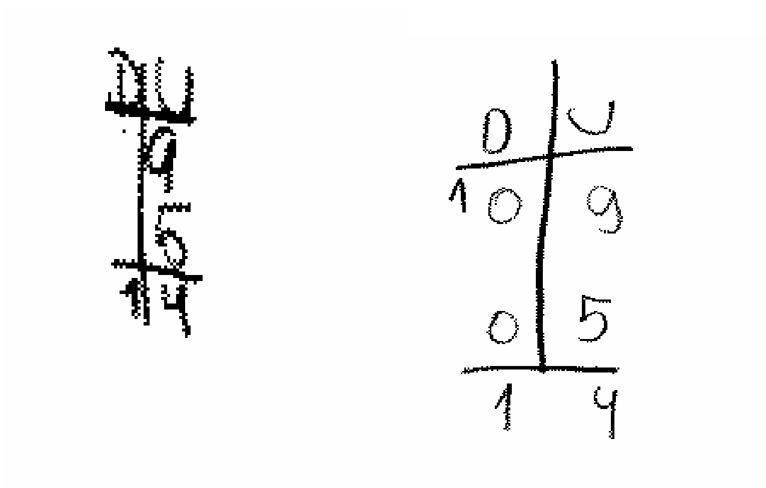
Ela tem quatro reas a maiz
porque seu coliga tem,

2.SOLUÇÃO ADITIVA

2.1 Com algarismos nos seguintes formatos:

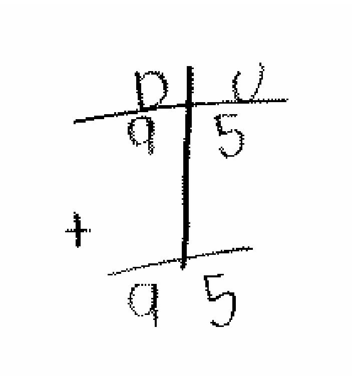
- De conta escolar com colunas para dezena e unidade.(**AdDifCE)**

Rafa Fer



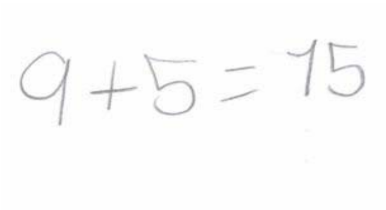
- Justapondo um valor ao outro;

Cam



- De expressão numérica; (**AdDifEN**)

Bra



Segunda-parte - Comparação das estratégias de solução

Para a comparação das soluções conforme as circunstâncias, a análise que segue focaliza as soluções a cada tipo de problema, verificando o que elas têm em comum e o que tem de diferente.

Apresentamos abaixo o quadro I, onde aparecem, abreviados, os tipos de solução que descrevemos, as de cada sujeito por problema e circunstâncias.

Quadro I – Tipos de solução dos sujeitos conforme problemas e circunstâncias.

	Circunstância I			Circunstância II	Circunstância III		
Cat/Suj	P1	P2	P3		P1	P2	P3
Bra	AdCompCM	SubTransf	AusDif	DesCAlgQIF	AdCompEN	AdTransfEN	AdDifEN
Bro	AdCompCM	SubTransf	SubDifJC	DesSAlgIC	AdCompEN	SolEscNA	DubDifCM
Cam	AdCompCJ	AusTransf	SubDifCD	DesCAlgQIF	AdCompCE	SubTransfCEI	AdDifCE
Fer	AdCompCM	SubTransf	AdDif	DesSAlgIC	AdCompCE	AdTransfCE	AdDifCE
Gi	AdCompCM	SubTransf	SubDifJC	DesCAlgQI	AdCompD	SolEscNA	SubDifCM
Lui	AdCompCM	AusTransf	SubDifJC	DesCAlgQM	AdCompD	SolDes	SubDifCM
Mar	AdCompCM	AdTransf	SubDifJ	DesCAlgQI	AdCompCE	SubTransCM	SubDifCM
Raf	AdCompCD	SubTransf	AusDif	DesSAlgCirc	AdCompEN	SubTransfEN	SubDifEN
Rafa	AdCompCD	SubTransf	SubDifSJ	DesCAlgQIF	AdCompEN	SubTransfEN	AdDifEN
Vic	AdCompCM	SubTransf	SubDifJ	DesCAlgQI	AdCompCM	SubTransfCM	SubDifCM
Vin	AdCompCM	SubTransf	AusDif	DesSAlgCirc	AdCompCE	SubTransfCEI	SubDifCEI

Na circunstância I, a de simulação da situação cotidiana de compra e venda fora do habitual de sala de aula, todas as soluções encontradas pelos sujeitos foram verbais. O cálculo mental foi a estratégia que predominou sobre a maioria das soluções por contagem. Apesar de haver à disposição papel e canetinha, nenhum sujeito pediu-os para cálculo.

Ao primeiro problema, que sugeria uma adição, a resposta dos sujeitos foi imediata, seguida de justificativas como: “fiz de cabeça”, “já sabia”, “porque tem o preço” e quando mais uma vez questionados falavam a expressão aditiva correspondente.

No caso do segundo problema, quando questionados sobre “o que aconteceu para saírem com menos dinheiro do mercado”, diferentemente do problema anterior, os sujeitos, primeiro justificavam “eu ganhei troco”, “fiquei com menos”, “eu gastei” e depois solucionavam com a expressão matemática “ eu tinha dez e fiquei com dois.”

Também observamos que, oralmente, a esse tipo de problema houve a tentativa aditiva de solução, obtendo o valor correto por via inversa.

Alguns sujeitos, não conseguiram encontrar a solução para o segundo problema.Utilizaram assim, gestos físicos, como “mexer a cabeça ou os ombros” para representar que não sabiam. Isso aconteceu somente neste problema.

O terceiro problema, igualmente ao primeiro, foi resolvido pelos sujeitos oralmente. Estes davam respostas imediatas e depois justificavam, “porque tenho dois e ela tem mais do que mim oito”. Igualmente ao segundo problema, que sugeria uma subtração, houve a tentativa aditiva de solução obtendo o valor correto por via inversa.

Como o primeiro problema solicitava uma solução oral aditiva, todos os sujeitos chegaram ao resultado correto, mas o mesmo não aconteceu com o segundo e terceiro problemas que solicitavam uma subtração.

A marca comum das soluções aos três problemas na circunstância I é a de terem sido elas soluções orais (verbais) e com cálculo mental, predominando o uso da contagem e a justificativa oral.

As diferenças entre as soluções dos problemas concernem ao fato de serem eles um aditivo e os outros subtrativos. Assim, as justificativas relativas à adição foram quantitativas numéricas; mas as apresentadas à subtração foram de ordem qualitativa da ação, ou quantitativas intensivas. Nessa linha, houve mais soluções corretas de adição do que subtração.

Pode-se notar outra marca significativa das soluções aos problemas da circunstância I o terem sido elas de caráter aditivo, mesmo para problemas subtrativos.

Na circunstância II, quando cada sujeito recebeu uma folha de papel sulfite e canetinhas para realizar os registros do ocorrido na circunstância I, houve, sobretudo desenhos de todas as crianças.

O que então predominantemente representado foi o ambiente em que a primeira tarefa foi realizada: são desenhos de mesas, cadeiras, experimentador, sujeito, câmera, produtos sobre a mesa; mas também, sete dos onze sujeitos representaram numericamente algum valor das relações expressa oralmente na circunstância I.

São valores numéricos representados: da quantidade inicial (parcela a adicionar); da quantidade final (resultado da adição); do troco recebido (resultado da subtração); valores em etiqueta (preço das mercadorias); valores para transformação (resultado da subtração).

Assim, a marca forte das soluções na circunstância II é a produção de desenhos do ambiente onde foram solucionados os problemas na circunstância I.

Na circunstância III, os sujeitos estavam sentados em carteiras enfileiradas e cada um recebeu uma folha com três problemas convencionais usados na escola. A maioria das soluções encontradas pelos sujeitos marcam-se pelo uso dos algoritmos escolares (contas e expressões no formato canônico) embora tenha aparecido alguma presença de cálculo mental.

Ao primeiro problema, que no caso era aditivo, as soluções de composição das quantidades para obter o resultado final, foram identificadas numa estrutura de adição básica, com mais acertos.

No caso do segundo e terceiro problemas, de domínio subtrativo, há tentativas aditivas de solução. Também em ambos os problemas, aparece o cálculo mental, sobretudo para o terceiro problema. Assim, através dessa estratégia os sujeitos superaram a dificuldade que tiveram em encontrar uma “conta” ou “expressão” escolar no formato canônico.

Portanto, as diferenças particulares entre as formas de soluções aos problemas nas circunstâncias são marcadas da seguinte maneira: na circunstância I, aparecem soluções verbais, na circunstância II, soluções pictóricas, na circunstância III, soluções em formato de algoritmos escolares. Mas também encontramos outras diferenças entre as soluções expressas em uma e outra dessas circunstâncias.

Na circunstância I, o cálculo mental ajuda na solução da subtração, mas na II,I o algoritmo “prende” a solução. No exemplo, onde era para ser 10 – 4 =6, a solução por adição “via inversa” encontrada foi 6+4=10. Ao subtraendo do valor a complementar o diminuendo através do cálculo mental, consegue-se encontrar a solução correta, o que não houve na circunstância III, onde foi utilizado o algoritmo aditivo para o problema subtrativo.

Outro exemplo, onde o cálculo mental prevaleceu na circunstância III foi quando o sujeito utilizou a seguinte estratégia para uma solução que deveria ser 15 -7=8 : colocou o 8 no subtraendo e a mesma quantidade no resto, mas em tempo percebeu que o resultado não dava certo. Apagou o 8 no subtraendo e colocou o 7. Devemos considerar que o sujeito pode ter pensado na idéia de completar, ao invés de subtrair.

Assim, para o mesmo problema subtrativo citado no parágrafo anterior, encontramos a estratégia de solução onde o sujeito colocou o número 8 no subtraendo, e a mesma quantidade no resto, porque o enunciado dizia " saí do mercado com 8 reais", ficando assim com a solução da operação errada.

Soluções em problemas subtrativos, com ausência de relação subtrativa na circunstância I, mas o mesmo tipo de problema aparece a conta subtrativa incorreta ou com desenho na circunstância III. Também, ao mesmo tipo de problema há na circunstância I solução por cálculo mental e, na circunstância III, por solução aditiva incorreta e escrita sem relação aritmética.

Então parece que entre as circunstâncias I e III, como as crianças sabiam adicionar no primeiro problema, a diferença de circunstância não marcou tanto. Mas, no caso do segundo e do terceiro problemas, como havia limites para eles na solução por subtração, as diferenças entre as circunstâncias pesaram mais. Na circunstância I, as tentativas não algorítmicas de busca de resultado freqüentemente são bem sucedidas, não ocorrendo o mesmo na circunstância III.

Para os três problemas apresentados nas circunstâncias I e III o que mais predominou foi a força do raciocínio aditivo, dada a dificuldade dos sujeitos com o raciocínio subtrativo. Porém a expressão deste foi mais facilitada na circunstância I pela oralidade, traço que é marca dessa circunstância.

V- DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa fizemos uma análise das estratégias de solução a problemas de adição e subtração, para depois compará-las conforme as diferentes circunstâncias.

Conforme apontado pela literatura por Perret-Clermont e colaboradores (1980,1986,1990,1991), sobre as diferentes estratégias encontradas pelas crianças em diferentes circunstâncias, há claramente neste estudo diferenças nas formas de soluções aos problemas, como anteriormente anunciado, sendo a tônica da circunstância I, as soluções verbais, da circunstância II, o desenho e da circunstância III, os algoritmos escolares.

Ao analisarmos as soluções que na circunstância I foram todas tipicamente orais, observamos que ao serem os sujeitos questionados pelo experimentador de “como descobriram a solução”, sabiam que existia um tipo de conta escolar a ser usada, mas descreviam, oralmente suas soluções revelando o conhecimento matemático, adquirido no contexto escolar explicando-o em situação diferente de sala de aula.

Segundo Cavalcanti (2001), a oralidade é um recurso na solução de problemas que deve ter mais acesso nas aulas de matemática, permitindo uma troca de experiências entre as crianças, ampliando o vocabulário matemático e lingüístico através das estratégias compartilhadas.

Vemos que para tais soluções orais, alguns sujeitos através dos dedos contavam com as mãos embaixo da mesa. Pode ser que isso tenha ocorrido devido ao costume já vindo da sala de aula, onde muitos professores dizem que contar nos dedos “é feio”.

Em especial para o sujeito Cam, a estratégia utilizando os dedos serviu para apoiar seu cálculo na solução correta: primeiramente, após contar 5 + 3 respondeu 53; depois de ser questionada pelo experimentador utilizou os dedos e justificou “Quer dizer é 8”.

Parece que a circunstância I de solução em sala diferente da sua e em forma diversa de experienciar a adição e subtração propiciou que os sujeitos analisassem suas soluções com conceitos matemáticos como: “eu somei“; “porque tinha o preço” referindo-se a adição; ”você tinha que me dar troco”, “fiquei com menos”, “gastei” referindo-se a subtração.

Na circunstância II, quando é marcante o desenho como representação da circunstância I, parece que não houve, para as crianças um “peso da circunstância formal da escola. Para elas, mais haveria “brincadeira do desenho” sem a matematização do que fizeram na simulação de compra e venda anterior.

Os desenhos deram poucos indícios de conceitos matemáticos, talvez devido à forma de condução da tarefa pelo experimentador: este solicitou aos sujeitos que realizassem o registro através de “desenhos, cálculos ou escrita” do que fizeram na atividade de simulação na primeira circunstância.

Teria sido mais adequado para o estudo, se o experimentador tivesse solicitado a representação por meio de notações da solução a cada problema da primeira tarefa.

Quando desenham ,os sujeitos explicitam mais facilmente os significados presentes na circunstância construindo uma representação mental dos mesmos. O desenho fornece pistas sobre como a criança pensou, como agiu , como expressão de suas idéias. (Cavalcanti , 2001).

Assim, se em desenhos os sujeitos pouco evidenciaram a matematização, oralmente expressaram ações relativas à circunstância anterior.

Em estudo piloto, realizado em 2004, onde fizemos o mesmo pedido, sujeitos, representaram através de seus desenhos relações matemáticas utilizadas como: desenhos de grupos de quantidades, cálculos de adição e subtração, histórias em seqüência indicando a quantidade inicial, a transformação, o troco final recebido.

Então, para este estudo, o principal, acreditamos que a orientação não tenha sido suficiente para compreensão dos sujeitos da execução da tarefa. Deveríamos ter lembrado para eles, os problemas um a um.

Em sala de aula o desenho em matemática serve como recurso de interpretação do problema e como registro de estratégia de solução. Segundo Cavalcanti (2001), algumas crianças iniciam seus registros com desenho e, logo depois, passam a empregar números e sinais nas situações em que há um domínio maior dos conteúdos matemáticos envolvidos.

Cavalcanti (2001), relata que, de estudos realizados por Zunino, há três estratégias diferentes que indicam a resolução de um problema com desenhos:

- O desenho representa aspectos da situação apresentada no texto, mas não expressa relações que identifiquem as transformações numéricas;
- O desenho representa a resolução do problema demonstrando o significado das transformações e das operações presentes no texto;
- O desenho representa uma mistura de desenhos e sinais matemáticos onde a criança utiliza-o para representar o texto.

Dessas três estratégias enumeradas por Zunino, a que caracteriza os desenhos da circunstância II, foi a primeira: o desenho como forma de representação do ambiente não expressando as relações que identifiquem transformações numéricas realizadas aos problemas na tarefa da circunstância I.

A marca forte da circunstância II foi o desenho, mas essa estratégia apareceu em raros casos de solução na circunstância III, devido provavelmente, ao fato de os sujeitos em sala de aula, não estarem acostumados a utilizar o desenho com estratégia e sim a “conta” escolar. Portanto, temos assim um exemplo claro da marca de cada circunstância de solução de problemas.

O primeiro problema na circunstância I, de comparação aditiva, teve resposta correta de todos os sujeitos, com solução oral. Logo que terminávamos de anunciar o problema os sujeitos davam a resposta imediata por cálculo mental ou contagem nos dedos e depois justificavam que encontraram a resposta: “porque tem o preço”, “somando”, “pela cabeça”, “já sabia” e quando mais uma vez questionados falavam a expressão aditiva correspondente.

Kamii e De Clark (1986), em suas pesquisas, também constataram esse tipo de resultado, pois quando pediam às crianças que mostrassem como haviam chegado à conclusão, obtinham respostas como: “não sei, está na minha cabeça”.

Por que as soluções dos nossos sujeitos foram tão rápidas? Parece, porque dominavam a adição, um ponto comum entre eles. E têm compreensão ainda muito aditiva dos problemas de subtração, como visto nas circunstâncias I e III.

Entretanto na circunstância I, alguns sujeitos fizeram a tentativa aditiva obtendo o valor devido a “via inversa” das parcelas, mas na circunstância III adicionavam uma parcela a outra, deixando a solução incorreta.

A compreensão da relação inversa entre a adição e a subtração é lenta e está relacionada a um nível suficiente de pensamento o que a aprendizagem escolar nem sempre incentiva. Piaget (1971), analisou quando as crianças passam a compreender a possibilidade de encontrar n, a partir de n, procedendo a operação inversa. A inversão das operações é relativa, pois o sujeito muitas vezes não tem certeza da necessidade de se inverter a ordem do caminho percorrido das ações de acrescentar e retirar.

Também encontramos dificuldades das crianças quanto ao tipo de texto do problema, quando uma palavra-chave sugere uma adição. Quando se anuncia, “quantos a mais”, a sugestão recai sobre uma operação de adição, mas requer uma subtração para solução correta, conforme o que mostra a literatura, Schliemann (1990), Carpenter, Fennema, Franke (1996), Nunes e Bryant (1997).

Outro caminho de solução encontrado para esse problema subtrativo na circunstância III, foi o cálculo mental, assim dando ênfase ao domínio da adição partindo da referência para chegar ao resultado. Por exemplo em 9-5=4; partindo do cinco para chegar ao nove, quantos a mais eu preciso? A solução correta foi encontrada. Talvez os sujeitos tenham evitado a utilização do algoritmo por não encontrarem “conta” de subtração que tivessem que “armar”.

Na circunstância I, para o mesmo problema subtrativo, foram dadas explicações utilizando termos matemáticos como: “porque ele tem 10 e eu tenho 5 e daí 10 divididos por 5 é 5 “. Quando foi solicitado a repetir “é porque daí ele tem 10, daí eu tiro 5, daí ele fica com 10 e eu fico com 5”.

No período da coleta de dados, os sujeitos estavam aprendendo divisão. Como na maioria das escolas as operações aparecem “fragmentadas” em bimestres, os alunos as aprendem na ordem: adição, subtração, multiplicação e divisão, ao invés de poderem trabalhá-las em conjunto através de problemas.

Outra estratégia utilizada revelou o seguinte raciocínio matemático na forma de justificar o resultado: “porque 5 mais 5 é 10, tirei 1 ficou 4 “. Ao ser questionado novamente pelo experimentador (que dizia “ *sua amiga tem 10 e você tem 4, quantos reais ela tem a mais que você?”),o* sujeito confirmava 4 e justificou porque tinha ganho troco. Assim, o sujeito calculou o troco recebido como a diferença encontrada e não como o que ele gastou. O raciocínio desenvolvido por ele, confirmava o resultado quatro encontrado.

Da análise feita das semelhanças de solução nas circunstâncias I e III, a tentativa aditiva foi encontrada pela maioria dos sujeitos.

Quando os problemas de subtração apresentados, constituíram uma situação de transformação e diferença, as soluções encontradas não ocorreram com tanta facilidade. Nunes e Bryant (1997), relatam que as crianças consideram mais fácil entender a idéia de subtração nos problemas de transformação.

Para Kamii e De Clark (1986), segundo Piaget (1971), a adição é mais fácil e natural para a maioria dos alunos do que a subtração. Os estudos que a autora desenvolveu mostram que as crianças centram-se nos aspectos positivos das ações e, mais tarde, constroem os negativos.

O objetivo do ensino da adição e da subtração, segundo Kamii e De Clark (1986), deveria ser o de incentivar a criança a pensar e lembrar dos resultados de seu próprio raciocínio, e não simplesmente o de ensinar-lhe técnicas específicas para darem respostas escritas.

Observamos deste estudo, com onze sujeitos que, quando as crianças têm oportunidade em diferentes circunstâncias, expressam estratégias eficientes na solução de problemas de adição e subtração. (Kamii e De Clark,1986) Segundo Vergnaud (1991), um conceito vem da solução de um problema. Então, como professores temos, diferentes maneiras de apresentar um problema, a oral, a escrita ou até por desenhos, esperando soluções segundo formas variadas.

Deste estudo, podemos reafirmar então que as estratégias das crianças para resolver problemas em diferentes circunstâncias são fundamentais para a melhor compreensão dos conceitos matemáticos, sejam elas expressas oralmente, por desenho ou escritas.

Logo, em resposta às questões investigadas, a partir do estudo, observamos o quanto as diferentes circunstâncias marcam os tipos de soluções das crianças aos problemas de adição e subtração empregados e como podem elas facilitar ou dificultar a compreensão das crianças.

Assim, retomando, aos três problemas, os sujeitos saíram-se melhor quando criaram suas estratégias solucionando oralmente os problemas do que no papel, de uma maneira convencionalmente escolar.

Portanto, também temos, apesar das marcas das circunstâncias, aspectos comuns às soluções infantis e são relativos à compreensão que as crianças têm dos conceitos matemáticos tratados.

As crianças de 1ª série, são capazes de refletir sobre problemas matemáticos e buscam maneiras diferentes de solucioná-los quando há mudanças de circunstância. Apesar de estarem simulando uma situação de compra e venda, tivemos evidencias de que as crianças solucionam problemas explicando suas próprias estratégias.

No dia-a-dia das escolas, em geral, as crianças não tem oportunidade de criar suas estratégias. É comum na aula de matemática que todos resolvam os problemas usando o mesmo tipo de estratégia anteriormente ensinado pelo professor. Também lhes falta oportunidade de representarem a matemática através de desenhos.

Este estudo espera contribuir no que diz respeito ao contexto escolar:

- Para que os problemas de adição e subtração sejam trabalhados ao mesmo tempo pelas crianças e não uma de cada vez como se tratassem de operações isoladas entre si, sem nenhuma relação.
- Para que os problemas de adição e subtração sejam tratados em diferentes circunstâncias, não se restringindo apenas ao exercício das operações já aprendidas.

Ainda recomendamos aos professores que busquem conhecer o nível de compreensão que as crianças possuem dos conceitos matemáticos, através das estratégias utilizadas por elas e que os problemas estejam inseridos em situações significativas para as crianças, sendo utilizados em diferentes tipos de problemas que explorem diferentes estratégias de solução, seja ela o cálculo mental, uso dos dedos ou grupos de estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL.SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 1º e 2º ciclos.* Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. *Em*: PARRA, C. & SAIZ, I. (Orgs*.), Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.* Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. pp. 48 - 72.

CARPENTER,T. P., FENNEMA, E. & FRANKE, M. L. Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction.*The Elementary School Journal.* 97 (1), 1996. pp. 3 -12.

CARPENTER,T. P., et al. A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29 (1),1997. pp. 3 -20.

CARRAHER,T. N., CARRAHER, D. & SCHLIEMANN, A. *Na vida dez na escola zero.* 6ª ed. São Paulo: Cortes, 1995.

CARRAHER,T. N. & SCHLIEMANN, A. A adição e a subtração na escola: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. *Revista Brasileira de Pedagogia*. 64 (148), 1983. pp. 234 -242.

CAVALCANTI, C.T. Diferentes formas de resolver problemas. *Em*: SMOLE, K. & DINIZ, M. I. (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. pp.121 -149.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. *Em*: PARRA, C. & SAIZ, I. (Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. pp. 36 - 47.

CHIAROTTINO, Z. R. A teoria de Jean Piaget e a educação. Em: PENTEADO, W. M. (Org.), *Psicologia e Ensino*. São Paulo: Papelivros, 1980. pp. 84 -100.

FREITAS, J. L. M. Situações didáticas. *Em*: FRANCHI, A. et al. *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: Educ, 1999. pp. 65 -87.

KAMII, C*. Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. 3ª ed.
Campinas: Papirus, 1995.

KAMII, C. & DE CLARK, G. *Reinventando a aritmética; implicações da teoria de Piaget.* Campinas: Papirus, 1986

KAMII, C. & LEWIS, B. Achievement test primary mathematics: perpetuating
lower-order thinking. *Arithmetics Teatcher*. 38 (09), 1991. pp. 04 -09.

MORO, M. L. F. *Aprendizagem construtivista da adição e subtração e interações sociais. O percurso de três parceiros*. Tese de professor titular em psicologia da Educação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba: UFPR/CNPq, 1998.

MORO, M .L. F. & BRANCO,V. A adição/subtração em crianças de 1ª série.
Um estudo sobre aprendizagem construtivista. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*. 9 (2), 1993. pp. 365 -385.

NUNES, T.N. & BRYANT,P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artmed
Editora, 1997.

PAGE, A. Helping students understand subtraction. *Children Mathematics*. 1 (03), 1994, pp. 140-143.

PERRET- CLERMONT, A. N., SCHUBAUER- LEONI, M.L. & GROSSEN, M. Contexte social du questionnement et modalites d'explication. Le jeune enfant et l'explication. *Actes du Colloque International .* Paris, 18 et 19 mai, Fascicule 7/8, 1990. pp. 37 -53.

PERRET-CLERMONT, A.N., BRUN, J. , SAADA, E. H. & SCHUBAUER-LEONI M.L. Learning: a social actualization and reconstruction of knowledge the social dimension. *Em* : TAJFEL, H*. The Social Dimension*. Cambridge University, 1986. pp. 52 -68.

PERRET-CLERMONT, A.N., PERRET J. F. & BELL, N. The social construction
of meaning and cognitive activity in elementary school children. *Em:* RESNICK, L.B, LEVINE, J. M. & TEASLEY,S.D. (Eds.), Perspectives on socially shared cognition. American Psychological Association: Washington, DC, 1991. pp. 41 -62.

PIAGET, J. *Epistemologia Genética*. Petrópolis: Vozes, 1971.

PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. *A gênese do número*. 3ª ed. Tr. C. M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

SAIZ, I. Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. *Em*: PARRA, C. &
SAIZ, I. (Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. pp.156 -185.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. & PERRET-CLERMONT, A. N. Construction sociale
d'éscriture symboliques en deuxième primaire (opérations additives). Universités de Genève et de Neuchâtel: *Interacions Didactiques.* 4, Avril, 1984. pp. 1 - 40.

_____________. Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs. Université de Genève et de Neuchâtel. *Didactique des Mathématiques*. 1 (3), 1980. pp. 297 -350.

SCHLIEMANN, A. D. As operações concretas e a resolução de problemas de
Matemática. Em: CARRAHER, T. N. (Org.), *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação*. Petrópolis: Vozes,1990. pp. 70 -80.

SILVA, B. A. Contrato Didático. *Em*: FRANCHI, A. et al. *Educação matemática*:
uma introdução. São Paulo: Educ, 1999, pp. 43 -64.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas e ensino. *Em:* SCHLIEMANN, A. D. & CARRAHER D. (Orgs.), A compreensão de conceitos aritméticos ensino e pesquisa. Campinas: Papirus, 1998. pp. 53 -72.

VERGNAUD, G. Psychologie du développement cognitif et didactique des
mathématiques un exemple: les structures additives. *Petit X*, 22, 1989-1990. pp. 51 - 69.

_________. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 1990. pp.133 -170.

_________. Au fond de l'action, la conceptualisation. *Em*: BARBIER, J. M. (Dir.),
Savoirs théoriques et savoirs d'action. Paris: PUF, 1996. pp. 275 -292.

_________. *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México:Trilhas, 1991.

_______. Multiplicative Structures. *Em:* RESH, R. & LANDAU, M . (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983. pp. 127-174.

WEARNE, D. & HIEBERT, J. Place value addition and subtraction. *Arithmetics Teacher*, 41 (05), 1994. pp. 272 -274.

ANEXO 1

Protocolo de entrevista – Circunstância I

Exp. Você foi ao mercado e comprou um condicionador. Quanto que custa o condicionador?
Bra. Três reais.
Exp. E comprou um sabonete que custa quanto?
Bra. Um real.
Exp. Quanto que você gastou?
Bra. Quatro
Exp. Como é que você descobriu que você gastou quatro?
Bra. Somando.
Exp. O que você somou?
Bra. Três mais um.
Exp. Ah! Muito bem, você somou três mais um e descobriu que ficou?
Bra. Quatro.
Exp. Quatro! Então agora está o seu troco. Você tinha dez reais quando começou a brincadeira depois da compra você ficou com quanto?
Bra. Seis.
Exp. Seis. O que aconteceu?
Bra. É porque eu gastei quatro, você tinha que me dar o troco você me deu seis reais.
Exp. Hum! Legal! Isso mesmo! Então você ficou com mais ou menos dinheiro?
Bra. Mais
Exp.Com mais dinheiro você ficou?
Bra (mexeu a cabeça afirmando sim)
Exp. Você tem certeza?
Bra. Não! Eu fiquei com menos.
Exp. Ah! Por que você ficou com menos então?
Bra. Porque te dei dez reais.
Exp. Isso aí! Então agora vou chamar a Fer que já tem dez reais, então quantos reais a Fer têm a mais que você Bra?
Bra. (pára, pensa e sorri)
Exp. Quantos reais será que a Fer tem a mais que você?
Bra. Ah!
Exp. Ela não tem mais que você?
Bra. Tem!
Exp. Quanto será?
Bra. Dez?
Exp. Ela tem dez reais a mais que você?
Bra. Não! Ela... (pára e sorri)
Exp. Quantos reais você tem?
Bra. Seis!
Exp. E ela tem quanto?
Bra. Dez!
Exp. Quem tem mais?
Bra. Ela!

Exp. Quantos a mais ela tem?
Bra. (sorri e responde) Oito.
Exp. Oito! Você tem certeza?
Bra. Tenho!
Exp. Como você descobriu isso?
Bra. Porque eu somei.
Exp. Ah! Então ta bom, muito bem, muito obrigada!

Exp. Hum, Fer! Que delícia seu lanche?Eu iria adorar fazer esse lanche!Você foi ao mercado e comprou para seu lanche um refrigerante que custa?
Fer. Dois reais.
Exp. E um pacote de batatinha frita que custa?
Fer. Cinco reais.
Exp. Quanto que você gastou?
Fer. Sete.
Exp. Sete!Como é que você descobriu isso?
Fer. Porque tem o preço.
Exp. Ah! Porque tem o preço!E como você fez para calcular?
Fer. Somando.
Exp. Ah!, você somou, o que você somou?
Fer. O cinco mais dois.
Exp. Cinco mais dois. Muito bem! Quanto você falou mesmo?
Fer. Sete.
Exp. Isso mesmo, eu já tinha esquecido! Então aqui está o seu troco. No começo você tinha dez reais quando você entrou no mercado você tinha dez reais depois da compra ficou com quanto?
Fer. Trës!
Exp. O que aconteceu?
Fer. (pensou) Fiquei com menos.
Exp. Ficou com menos! Como é que você sabe que ficou com menos?
Fer. Eu te dei dez reais e você me deu três reais de troco.
Exp. Porque será que eu te dei três reais de troco?
Fer. Porque eu gastei sete e te dei dez.
Exp. Ah! Isso mesmo! Então agora vou chamar o Mar e ele está com dez reais. Então veja você tem três reais. Quantos reais a mais o Mar tem do que você?
Fer. (pensa) Sete.
Exp. Como é que você descobriu isso?
Fer. Somando.
Exp. Como é que você somou ?
Fer. Pensando.
Exp. E como você pensou ?
Fer. Pensei no sete mais três
Exp. Muito bem então!

Exp. Nossa eu acho que você comprou o seu lanche! Delicioso!Vamos ver, você comprou um refrigerante que custa ?
Mar. Dois reais.
Exp. Você comprou um pacote de salgadinho que custa ?
Mar. Quatro reais.
Exp. Quanto que você gastou ao todo?
Mar Seis .
Exp. Hum! Como é que você descobriu que você gastou seis reais?
Mar. Somando!
Exp. O que você somou?
Mar. Quatro mais dois.
Exp. Muito bem ! Então agora tenho que lhe dar o troco. Quando você começou a sua compra tinha os dez reais, depois da compra você ficou com quanto ?
Mar. E !!! Seis.
Exp. Quanto você tem na sua mão ?
Mar. Quatro .
Exp. O que aconteceu para você estar ai só com quatro ?
Mar. Eu gastei seis reais.
Exp. Como é que você descobriu?
Mar. Somando.
Exp. Somando o quê?
Mar. Seis mais quatro.
Exp. Isso mesmo! Seu amigo tem dez reais e você tem quatro. Quantos reais seu amigo tem a mais que você?
Mar. (pensa , ri)
Exp. Quantos reais ele tem a mais que você?
Mar. Seis!
Exp. Porque ele tem seis reais a mais que você?
Mar. Porque eu tenho quatro.
Exp . Como você descobriu isso ?
Mar. Só porque eu tenho quatro .
Exp. Hum! Muito bom! Agora vamos para a atividade do desenho!

Exp. Ta todo mundo pensando no lanche hoje! Teus amigos também escolheram isso! Ta todo mundo com fome! (risos) Você comprou um pacote de batatinha frita que custa?
Raf. Cinco reais.
Exp. Comprou um pacote de salgadinho que custa?
Raf. Quatro reais.
Exp. Quantos reais você gastou?
Raf. (conta nos dedos) Nove.
Exp. Nove reais. Muito bem! Como é que você descobriu que gastou nove reais?
Raf. Eu fiz uma continha.
Exp. Ah, você fez uma continha, e como você fez essa continha?
Raf. Com os dedos.
Exp. O que você fez com os dedos para fazer essa continha?
Raf. Eu fiz quatro mais cinco.

Exp. Ah! Legal! E você descobriu que deu quanto?
Raf. Nove.
Exp. Isso mesmo! Então eu vou te dar o troco. No começo da compra você tinha dez reais. E agora no final da compra você ficou com um real. O que aconteceu?
Raf. Eu gastei meu dinheiro com tudo isso.
Exp. E quanto custou tudo isso para você gastar assim?
Raf. Nove reais.
Exp. O que aconteceu?
Raf. Eu ganhei troco.
Exp. E você saiu com mais ou menos dinheiro?
Raf. Menos, porque eu tinha dez, gastei nove e fiquei com um.
Exp. Vou chamar o amigo Vin.. Ele está com dez reais. Você tem um real. Quantos reais a mais o Vin. tem que você?
Raf. Dez.
Exp. Ele tem dez reais a mais?
Raf. (aceno positivo com a cabeça)
Exp. Como é que você descobriu isso?
Raf. Porque ele tem uma nota de dez e eu tenho uma nota de um.
Exp. Ah! Então ele tem dez reais a mais que você?
Raf.(acena positivo com a cabeça)
Exp. Muito bem! Agora nós vamos desenhar.

Exp. Nossa, que delícia! Você comprou uma lasanha que custa?
Vin. Seis reais.
Exp. E um refrigerante que custa?
Vin. Dois reais.
Exp. Quanto você gastou ao todo?
Vin. Oito reais.
Exp. Como é que você descobriu isso?
Vin. Somando.
Exp. Como é que você somou?
Vin. Pela cabeça
Exp. Hum de cabeça! E o que você somou?
Vin. Oito mais dois.
Exp. Oito?
Vin. Não seis mais dois igual a oito.
Exp. Muito bem! Agora está aqui o seu troco. Você começou a compra com dez reais e ficou com dois reais. O que aconteceu?
Vin. Eu gastei oito reais.
Exp. Você gastou oito reais na compra? Hum!É mesmo gastou oito reais. E como você descobriu que gastou oito reais?
Vin. Porque eu só fiquei com dois e tinha dez.
Exp. Isso mesmo! Vou chamar o amigo Vic.. Agora o Vic. vai entrar no mercado com dez reais. E você tem dois reais. Quantos reais ele tem a mais que você?
Vin. Oito,... nove,... dez,...
Exp. Oito? Nove? Dez?
Vin. Dez!

Exp. Porque ele tem dez reais a mais que você?
Vin. Porque ele tem uma nota de dez e eu tenho uma de dois.
Exp. Ah!Então ele tem dez reais a mais que você?
Vin. Sim!
Exp. Hum! Então tá bom! Vamos fazer a próxima atividade.

Exp. Todo mundo compra refrigerante! Hum! Você comprou uma lata de refrigerante que custa?
Vic. Dois reais.
Exp. E comprou um pacote de pão de hambúrguer que custa?
Vic. Três reais.
Exp. Quanto você gastou ao todo?
Vic. Cinco reais.
Exp. Como você descobriu?
Vic. Pela cabeça.
Exp. Pela cabeça? E o que entrou lá na cabeça para você descobrir isso?
Vic. Ah! Eu pensei e descobri.
Exp. E o que você pensou?
Vic. Ah! Eu pensei em dois mais três.
Exp. Isso! Muito bem! Agora vou dar o seu troco. Então veja, você entrou no mercado com dez reais e saiu com cinco. O que aconteceu?
Vic. Eu fiquei com cinco e você ficou com dez.
Exp. Você tem certeza de que isso aconteceu?
Vic. Sim
Exp. Então os dez reais ficaram para mim e você saiu com cinco?
Vic. Hã! Hã!
Exp. Seu amigo tem dez reais e você tem cinco. Quantos reais seu amigo tem a mais que você?
Vic. Cinco.
Exp. Porquê?
Vic. Porque ele tem dez reais e eu tenho cinco e daí dez divididos por cinco é cinco.
Exp. Não entendi, repete pra mim!
Vic. É porque daí ele tem dez, daí eu tiro cinco daí ele fica com dez e eu fico com cinco.
Exp. Ah! Isso mesmo, agora eu entendi! Muito bem!

Exp. Vamos ver ! Você comprou um pacote de batatinha que custa?
Bro. Cinco reais
Exp. E uma caixa de creme dental que custa?
Bro. Um real.
Exp. Quanto que você gastou?
Bro. Seis reais.
Exp. Como é que você descobriu isso?
Bro. Cinco mais um é igual a seis.

Exp. OK, então aqui está o seu troco. Quando você começou a brincadeira do mercado você tinha dez reais. Agora você tem?
Bro. Quatro reais.
Exp. O que aconteceu?
Bro. Eu ganhei troco.
Exp. Quanto de troco?
Bro. Quatro
Exp. E você saiu com mais ou menos dinheiro?
Bro. Menos, porque eu tinha dez e comprei seis.
Exp. Então está bom. Agora sua amiga Cam.vai começar a compra com dez reais. E você tem quatro. Quantos reais a mais a Cam. tem que você?
Bro. Quatro.
Exp. Ela tem quatro reais a mais que você?
Bro. Tem.
Exp. Como você descobriu isso?
Bro. Porque cinco mais cinco é dez, tirei um ficou quatro.
Exp. Da onde o cinco mais cinco? Eu não entendi! Me explica de novo? Ela tem dez e você tem quatro. Quantos reais a mais ela tem que você?
Bro. Quatro.
Exp. Por que ela tem quatro reais a mais?
Bro (pensa, movimenta os lábios)
Exp. Conta pra mim, pense alto!(risos) Olha você tem quatro, ela tem dez. Quem tem mais dinheiro?
Bro. Ela.
Exp. Quanto dinheiro a mais ela tem?
Bro. Quatro.
Exp. E você não consegue dizer pra mim porque ela tem quatro a mais que você?
Bro. Porque eu ganhei troco, porque eu comprei.
Exp. Quanto de troco você ganhou?
Bro. Quatro.
Exp. Então você acha que ela tem quatro reais a mais que você?
Bro. (acena com a cabeça).
Exp. Então tá bom! Vamos para a próxima atividade!

Exp. Hum! Todo mundo compra batatinha frita! Olha lá! Você comprou um pacote de batatinha frita que custa?
Cam. Cinqüenta reais.
Exp. Não! Custa cinco reais! E um condicionador que custa?
Cam. Três reais.
Exp. No total quanto você gastou?
Cam. Cinqüenta e três.
Exp. Cinqüenta e três? Como você descobriu isso?
Cam. Porque cinco (mostra os dedos juntando com três). Quer dizer eu gastei oito reais.
Exp. Ah! Bom! Como é que você descobriu que gastou oito reais?
Cam. Porque cinco mais três é oito.

Exp. Muito bem! Então você gastou oito reais e eu vou dar seu troco. No começo da brincadeira você tinha dez reais e quando saiu da compra do mercado ficou com dois. O que aconteceu?
Cam. (pensa e olha para os produtos)
Exp. Será que você saiu com mais ou menos dinheiro?
Cam. Menos.
Exp. Com menos, por que será que você saiu com menos dinheiro?
Cam. (pausa para pensar)
Exp. Por que será que você saiu com menos dinheiro?
Cam. (pausa, pensa e sorri)
Exp. O que aconteceu para você sair com menos dinheiro? Alguma coisa aconteceu!
Cam. (pensa)
Exp. O que será que aconteceu para você sair só com dois reais? Ó você tinha dez reais no começo.
Cam. (pensa, conta nos dedos)
Exp. Fala alto pra mim!
Cam. To pensando. (fica movimentando os lábios)
Exp. Fale alto para eu escutar? O que você acha que aconteceu? Não consegue me dizer?
Cam. (gesticula negativamente com a cabeça)
Exp. Sua amiga Rafa vai entrar na brincadeira com dez reais e você tem?
Cam. Dois
Exp. A Rafa tem mais ou menos dinheiro que você?
Cam. Mais!
Exp. Quanto dinheiro a mais ela tem?
Cam. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Dez!
Exp. Ela tem dez reais a mais que você? Como você descobriu isso?
Cam. (sorri e conta nos dedos) Oito!
Exp. Oito reais, como você descobriu isso?
Cam. Porque eu tenho dois reais ela tem a mais do que mim oito.
Exp. E como você fez sua contagem no dedo para descobrir isso?
Cam. Eu comecei do dois e cheguei no dez!
Exp. Muito bem! Meus parabéns!

Exp. Você comprou uma lasanha que custa?
Rafa. Seis reais.
Exp. E um pacote de café que custa?
Rafa. Dois reais.
Exp. Quantos reais você gastou ao todo?
Rafa. Oito.
Exp. Como é que você descobriu?
Rafa. Ah! Eu contei no dedo.
Exp. E como você contou no dedo?
Rafa. Eu guardei o seis e contei mais dois.
Exp. Muito bem! Olha o seu troco. Você entrou na brincadeira com dez reais e saiu com?
Rafa. Dois!

Exp. O que aconteceu?
Rafa. Eu fiquei com menos do que eu entrei!
Exp. Ah! Você ficou com menos, isso mesmo mas com quanto a menos você ficou?
Rafa. (olha para os produtos e para o dinheiro)
Exp. Você consegue me dizer quantos reais a menos você ficou?
Rafa. Oito
Exp. Por que você ficou com oito reais a menos?
Rafa. Porque dez tiro dois fica com oito.
Exp. Isso mesmo! Então sua amiga vai entrar na brincadeira com dez reais. E você tem?
Rafa. Dois.
Exp. Quantos reais sua amiga tem a mais que você?
Rafa. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Oito.
Exp. Porque?
Rafa. Por causa que ela tem dez e eu tenho dois dez mais seis não dá oito?
Exp. Dez mais seis?
Rafa. Dá oito ou não?
Exp. Dez mais seis acho que não dá oito!
Rafa. (abaixa a cabeça e conta nos dedos) Dá dezesseis!
Exp. Sua amiga tem dez reais e você tem dois. Quantos reais a mais ela tem?
Rafa (pensa)
Exp. Ela tem mais dinheiro que você?
Rafa. Tem.
Exp. Quanto a mais?
Rafa. (olha o dinheiro, conta nos dedos) Doze!
Exp. E como você descobriu?
Rafa. Contando nos dedos!
Exp. Muito bem! Vamos para a próxima atividade!

Exp. Você comprou um pacote de salgadinho que custa?
Lui. Quatro reais.
Exp. E um pacote de pão de hambúrguer que custa?
Lui. Três reais.
Exp. Quanto que você gastou?
Lui. Sete!
Exp. Como você descobriu que você gastou sete?
Lui. Eu já sabia a conta!
Exp. Que conta?
Lui. Quatro mais três igual a sete.
Exp. Muito bem! Aqui está o seu troco. Você entrou na brincadeira do mercado com dez reais e saiu com?
Lui. Três.
Exp. O que aconteceu?
Lui. (mexe com o ombro para representar que não sabia)
Exp. Sua amiga vai ao mercado com dez reais. Você tem três. Quantos reais a sua amiga tem a mais que você?
Lui. Sete!

Exp. Por que ela tem sete reais a mais que você?
Lui. Eu comprei e ela ainda não comprou!
Exp. Muito bem, agora vamos desenhar um pouquinho!

Exp. Vamos ver! Você comprou uma lata de refrigerante que custa?
Gi. Dois reais!
Exp. E uma caixa de creme dental que custa?
Gi. Um real.
Exp. Quanto você gastou?
Gi. Três.
Exp. Como você descobriu?
Gi. Dois mais um é igual a três.
Exp. Então aqui está o seu troco. Você entrou no mercadinho com dez reais, você saiu com quanto?
Gi. Sete!
Exp. O que aconteceu?
Gi. Eu comprei duas coisas!
Exp. Você saiu com mais ou menos dinheiro?
Gi. Menos!
Exp. Quantos reais a menos você saiu?
Gi. Três!
Exp. Muito bem! Sua amiga vai entrar na brincadeira com dez reais. E você tem?
Gi. Sete reais!
Exp. Quantos reais sua amiga tem a mais que você?
Gi. Três.
Exp. Porque?
Gi. Porque eu comprei e ela não.
Exp. Só por isso ela tem três reais a mais?
Gi. Hã,hã!
Exp.Muito bem! Agora vamos desenhar um pouco!